

LE COSTRUZIONI GEOMETRICHE

UNITÀ

1

LA GEOMETRIA DESCRITTIVA

1

MATERIALI DA DISEGNO E CONVENZIONI GRAFICHE

2

LINEE, ANGOLI E BISETTRICI

3

TRIANGOLI

4

QUADRILATERI

5

POLIGONI REGOLARI

6

CIRCONFERENZE, TANGENTI E RACCORDI

7

ARCHI

8

ELLISSE, OVALE, OVOLO E SPIRALE

9

LA GEOMETRIA NELL'ARCHITETTURA

MATERIALI DA DISEGNO E CONVENZIONI GRAFICHE

1 Il supporto cartaceo: caratteristiche e formati

L'attività del disegno richiede un supporto su cui trasferire i segni che ne compongono la struttura. La **carta** è il materiale più utilizzato a questo scopo. Esistono diversi tipi di carta identificabili in base alle caratteristiche (composizione, spessore, formato, ecc.) e alle differenti modalità di utilizzo.

Il **foglio** di carta è una superficie piana composta da piccolissime fibre irregolari di origine organica, aggregate da collanti di origine animale o chimica. È disponibile in diverse tipologie che dipendono dallo spessore e dalla **finitura** superficiale che può essere **liscia** o **ruvida** [Figg. 1.1-1.2]. Lo **spessore** della

carta è individuato da un parametro legato al peso: la **grammatura**, ossia il peso di un foglio di un metro quadro di superficie. L'incremento della grammatura comporta l'aumento dello spessore del foglio. Se questo presenta una grammatura adeguata, diminuiscono i rischi che si deformi, per esempio in fase di cancellatura del disegno. Nel disegno tecnico si utilizzano fogli di **superficie liscia** dalle grammature non inferiori ai 220 g/mq.

La carta può essere **opaca** o **trasparente** [Fig. 1.3] ed è commercializzata in fogli o in rotoli [Fig. 1.4].

Fino a qualche anno fa, ingegneri e architetti usavano in



↑ Fig. 1.1
Fogli di carta liscia.



↑ Fig. 1.2
Fogli di carta ruvida.



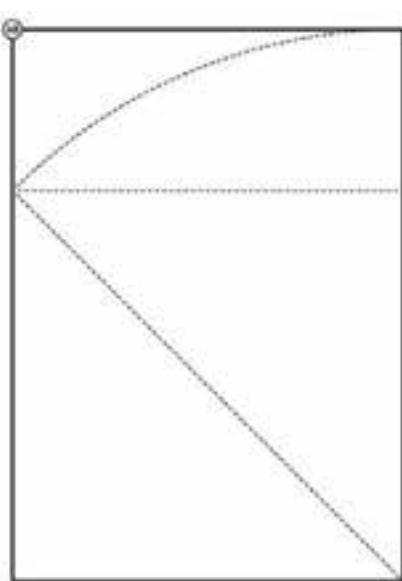
↑ Fig. 1.3
Fogli di carta trasparente,
comunemente detta lucida.



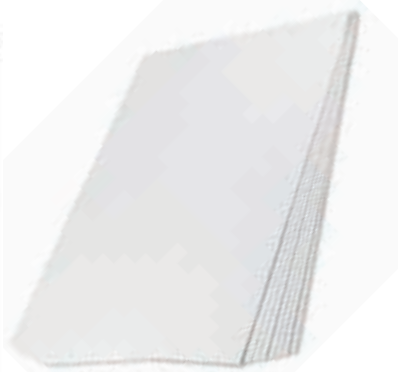
↑ Fig. 1.4
Rotoli di carta opaca.

prevalenza quella trasparente, chiamata anche carta lucida. L'uso di questa carta permetteva un agevole ricalco dei disegni preparatori, realizzati precedentemente su carta opaca da schizzi, e una successiva replicazione dell'originale, nel numero di copie voluto. Oggi la digitalizzazione del disegno e le moderne tecniche di stampa, come si avrà modo di vedere nel capitolo dedicato al CAD [► cap. 16], hanno notevolmente cambiato le procedure, spostando la scelta sui rotoli di carta opaca per stampa su plotter (stampante di grande formato).

I fogli e i rotoli hanno **diversi formati**; le dimensioni standard sono date dalle **norme UNI** (Ente Nazionale Italiano di Unificazione). Il **formato base** è denominato **A0** (841 x 1189 mm), la sua superficie equivale ad 1 mq, il lato maggiore del rettangolo è equivalente alla lunghezza della diagonale del quadrato costruito sul lato minore [Fig. 1.5]. Gli altri formati, tutti più piccoli rispetto al formato A0, sono rettangoli ottenuti dalla divisione del lato maggiore del foglio in due parti



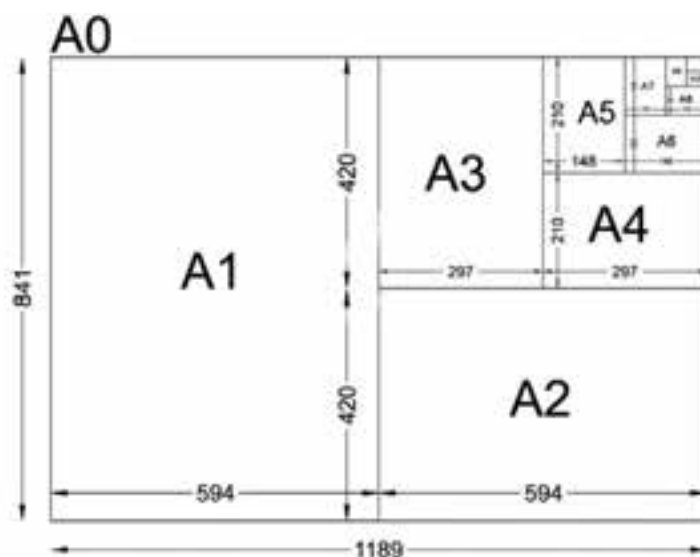
← Fig. 1.5
Il formato base del foglio da disegno, denominato A0.
→ Fig. 1.6
Derivazione di tutti i formati del foglio da disegno a partire dal formato base A0.
↑ Fig. 1.7
Fogli da disegno F4.



uguali [Fig. 1.6]. Discendono quindi dal formato A0 i formati A1 (594 x 841 mm), A2 (420 x 594 mm), A3 (297 x 420 mm), A4 (210 x 297 mm), A5 (148 x 210 mm), A6 (105 x 148 mm), A7 (75 x 105 mm), A8 (52 x 74 mm).

La scelta di un formato specifico è legata alle esigenze di impaginazione dei disegni e alle dimensioni in scala degli oggetti rappresentati. Solitamente, nella prassi scolastica, si utilizzano album da disegno del formato 24 x 33 cm che, con la squadratura, arriva ad avere un'area utile per il disegno molto vicina al formato A4 (21 x 29,7 cm). Si usa in alcuni casi anche il formato più grande, 33 x 48 cm.

Riguardo alla grammatura e quindi allo **spessore dei fogli** si può prendere come riferimento la nomenclatura comunemente usata per gli articoli da disegno (che, a sua volta, è legata a una diffusa marca di album in commercio): F2 pari ad una grammatura di 110 g/mq (foglio sottile) e F4 [Fig. 1.7] pari ad una grammatura di 220 g/mq (foglio spesso).



2 Gli strumenti per disegnare

Mine, matite, portamine

La **mina** è un piccolo cilindro composto da un minerale che si trova in natura: la **grafite**. Questo materiale ha la proprietà di essere estremamente friabile e quindi idoneo a **lasciare un segno sul foglio** di carta, attraverso la pressione della mano.

La composizione della mina può essere variata con l'utilizzo di sostanze additive come argilla, talco, cere ed altri prodotti naturali che ne determinano durezza e caratteristiche del tratto.

Le mine si trovano incorporate in involucri di legno (matite), oppure vengono inserite in particolari contenitori (portamine) e nei compassi.

Le **matite** sono lo strumento base del disegno, sono a disposizione degli artisti e dei disegnatori in genere fin dalla seconda metà del XVI secolo quando, gradualmente, hanno iniziato a sostituire gli stili, che erano piccole verghe di piombo e stagno. Oggi, a disposizione dei disegnatori, è presente in commercio una vasta gamma di matite, che consentono tratti molto diversi, dedicate ad usi specifici in rapporto al lavoro da svolgere. La loro **classificazione** è legata al tipo di mina incorporata nell'involucro di legno. Si utilizza la **lettera H** (*Hard*, duro) per le matite con il tratto più duro, chiaro e sottile, la **lettera F** (*Firm*, stabile) per le matite di media durezza con un tratto sottile ma un po' più scuro rispetto alle H, e infine la



↑ Fig. 1.8
Gradi di durezza e morbidezza delle matite verificabili dal segno tracciato.



← Fig. 1.9
Alcuni modelli di portamine.

→ Fig. 1.10
Le penne classificate in base allo spessore della punta.



lettera B (*Black*, nero) per le matite con un tratto morbido e decisamente scuro.

Le case produttrici hanno immesso sul mercato una notevole gamma di gradazioni diverse; per questo motivo sono stati inseriti dei numeri, che accompagnano la lettera di classificazione determinando il **grado di durezza o morbidezza** del tratto. I numeri vanno da 1 a 9; possiamo quindi classificare le H, dalla 1H fino alla 9H, andando a crescere nel grado di durezza e le B, dalla 1B alla 9B, andando a crescere nel grado di morbidezza. Da notare che la 1H e la 1B sono commercializzate direttamente come H e B senza numero. Le **matite HB** sono considerate intermedie e uniscono una buona precisione ad una discreta visibilità del tratto.

Nel disegno tecnico si usano solitamente le matite dalla H alla 3H e le F per le linee di costruzione, mentre per evidenziare i contorni delle figure si utilizzano matite che vanno dalla HB alla 2B [Fig. 1.8].

I **portamine** sono una valida alternativa alle matite. Invece che nell'involucro di legno tenero, la grafite è contenuta in un **cilindro metallico o di plastica**, affusolato nella parte terminale, dotato di un pulsante per regolare la fuoriuscita della mina.

Esistono portamine di diverse dimensioni in rapporto al diametro della mina. I diametri da 0,3 mm fino a 0,9 mm individuano le **micromine** che, avendo uno spessore ridotto, non richiedono operazioni di affilatura, hanno un tratto costante e sono particolarmente indicate per il disegno tecnico [Fig. 1.9]. Le micromine più utilizzate sono le 0,5 mm. Le gradazioni delle micromine, che vengono vendute in appositi astuccetti, seguono la stessa classificazione delle matite.

Penne

Le **penne a inchiostro** sono uno strumento indispensabile per la corretta rifinitura del disegno. I disegni tracciati a matita vengono meglio evidenziati e resi duraturi sulla carta dall'inchiostro. In ambito professionale, fino all'avvento del disegno digitale, il passaggio a china dei disegni su carta lucida era considerato essenziale per poter realizzare delle buone copie.

Le penne a inchiostro di china con punta metallica e serbatoio ricaricabile, dette **rapidograph**, hanno ormai lasciato spazio alle moderne penne a inchiostro con **punta in fibra sintetica**, che uniscono una maggiore praticità nell'utilizzo ad un costo contenuto.

Le penne vengono classificate in base allo spessore della punta che va, di solito, da 0,05 mm fino a 0,8 mm [Fig. 1.10].

Gomme

Nelle fasi di stesura del disegno, di frequente si ha la necessità di dover **cancellare** tratti di matita o penna che risultano errati o ridondanti rispetto alla resa finale. In questi casi è necessario avere degli strumenti idonei per ogni tipo di tratto.

La **gomma morbida per matita** è adatta per cancellare i tratti di grafite, restituendo al foglio il suo aspetto originario. È composta di caucciù o resine sintetiche, solitamente di colore bianco o trasparente (gomme gel). Esistono anche **gomme più dure e abrasive** (riconoscibili perché colorate), adatte a rimuovere tratti di penna o di inchiostro.

Sui fogli di carta lucida (chiamati comunemente "lucidi"), i tratti di penna possono essere agevolmente rimossi anche con



←↑ **Fig. 1.11**
Alcuni modelli di gomme da cancellare in commercio e le lamette per grattare la penna dai lucidi.

→ **Fig. 1.12**
Una matita, alcune micromine, un temperamatite, un temperamine e un affilamine.



una lametta da barba che, grattando delicatamente la superficie del foglio, rimuove le fibre superficiali imbevute di inchiostro cancellando il tratto. È opportuno, dopo la cancellatura a lametta, ricompattare la superficie del foglio anche semplicemente passandoci sopra un'unghia [Fig. 1.11].

Temperamatite, temperamine e affilamine

Le matite che vengono adoperate per il disegno tecnico devono essere costantemente temperate, affinché il tratto rimanga preciso e costante. A tale scopo esistono alcuni accessori come

temperamatite, temperamine e affilamine. Il **temperamatite**, esattamente come il **temperamine** (le micromine non devono essere temperate), è un dispositivo che permette di mantenere la punta della matita con una forma conica. Ne esistono di varie dimensioni in rapporto al diametro della matita o della mina da affilare. Gli **affilamine** sono piccoli supporti di plastica su cui è incollata una superficie abrasiva. Strofinandoci sopra la punta della mina è possibile affilarla ottenendo anche, all'occorrenza, la caratteristica punta "a scalpello", ossia piatta, dei compassi [Fig. 1.12].

3 Gli strumenti per tracciare

Squadre, righe, curvilinei

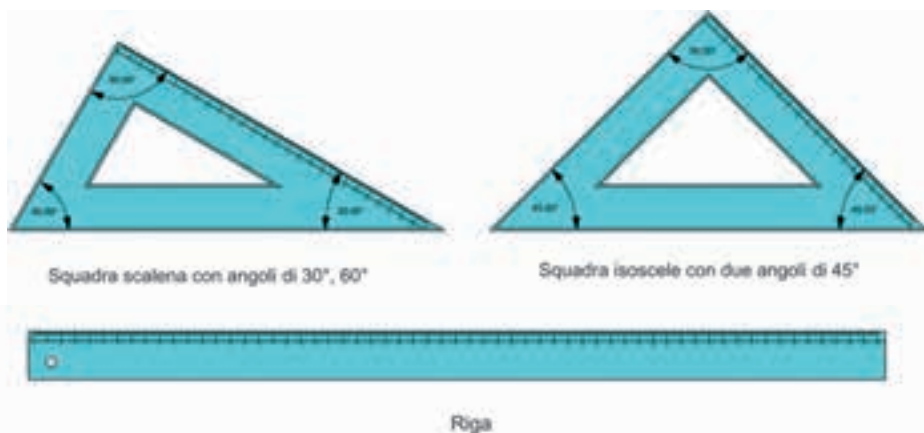
Il corretto tracciamento delle linee rette come di quelle curve richiede l'uso di strumenti specifici.

Le squadre e le righe permettono di tracciare con precisione **linee rette**, parallele e perpendicolari. Possono presentare varie dimensioni ed essere di materiali diversi.

La **squadra** [Fig. 1.13, p. 6], detta comunemente "squadretta", ha la forma di un **triangolo rettangolo**. In rapporto all'ampiezza degli angoli interni se ne individuano due tipi: la **squadra scalena** con angoli di 90°, 30° e 60°, e la **squadra isoscele** con due angoli di 45° oltre all'angolo retto, che determinano in entrambi i casi la sommatoria di 180° (somma

degli angoli interni di un triangolo). Sono solitamente realizzate in materiale plastico trasparente (acrilico), ma si trovano anche in legno o metallo (alluminio). Uno dei due cateti è **graduato** ed ha il bordo **smussato** per migliorare la visione delle linee durante il tracciamento a matita; gli altri due lati sono provvisti di uno **scalino**, utile in fase di ripasso con le penne, per non macchiare il foglio con l'inchiostro.

La **riga** [Fig. 1.13, p. 6] è costituita da una barretta o da una barra (in plastica, legno o alluminio) in cui è stata tracciata, come nelle squadrette, una scala graduata. Usata assieme alle squadre, permette di tracciare linee parallele e perpendicolari con adeguata precisione.



↔ Fig. 1.13
Una squadra
scalena,
una squadra
isoscele, una
riga e uso del
lato smussato e
dello scalino per
il ripasso.

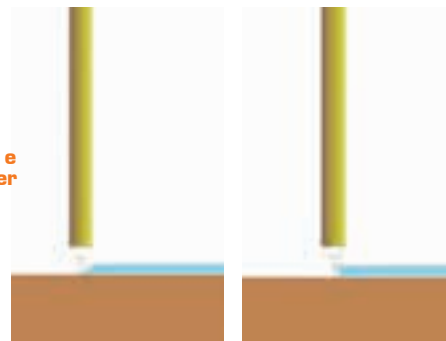
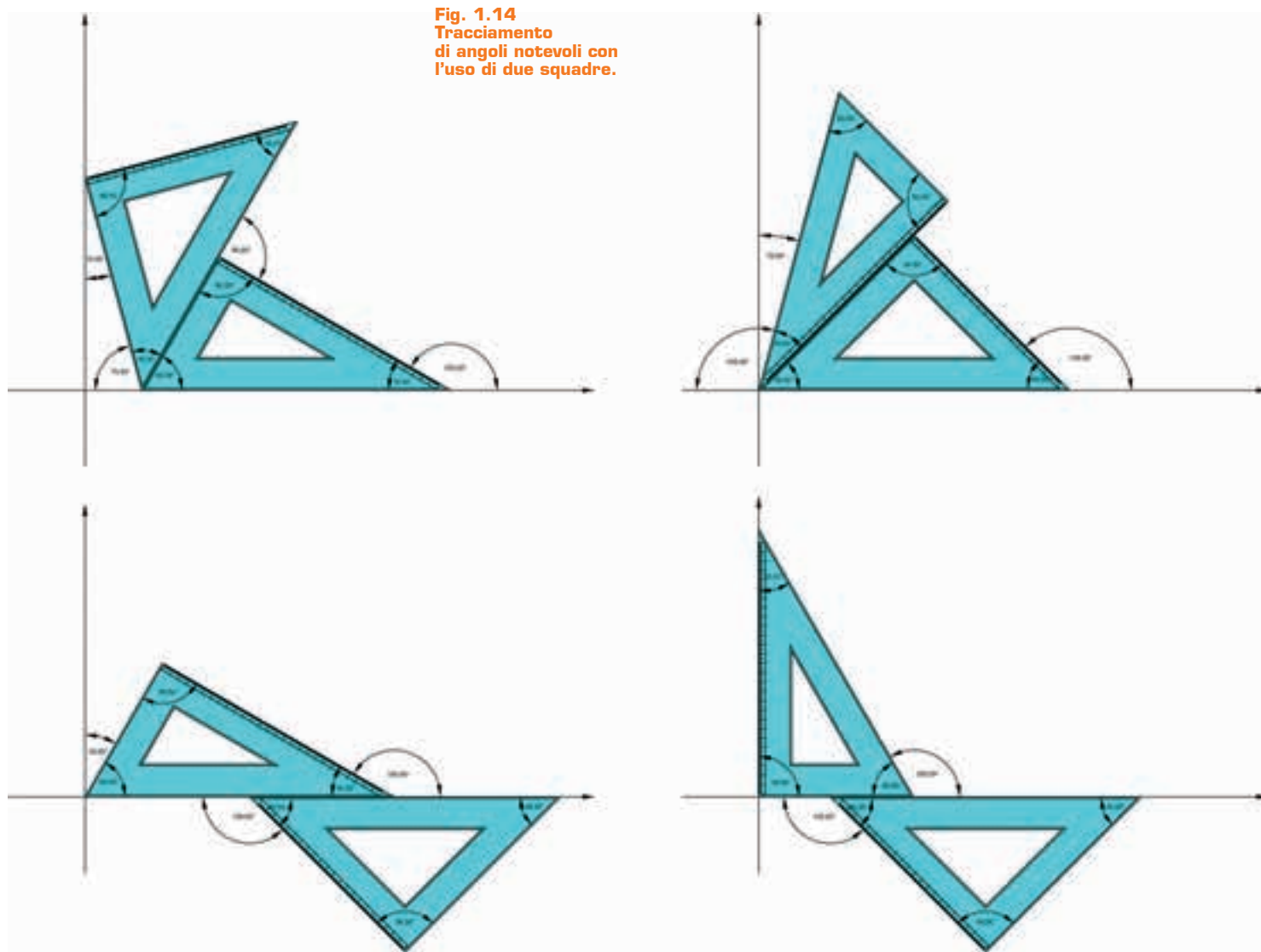


Fig. 1.14
Tracciamento
di angoli notevoli con
l'uso di due squadre.

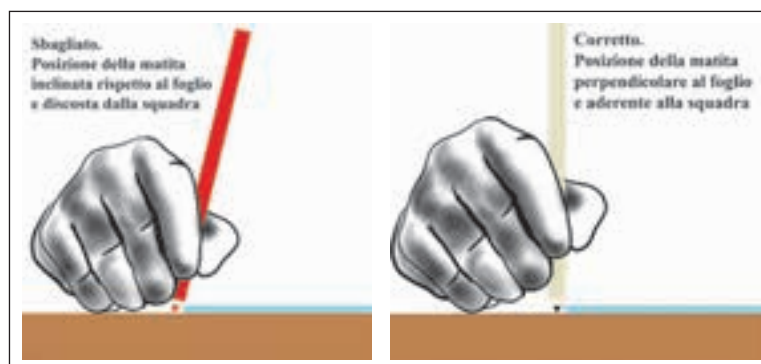
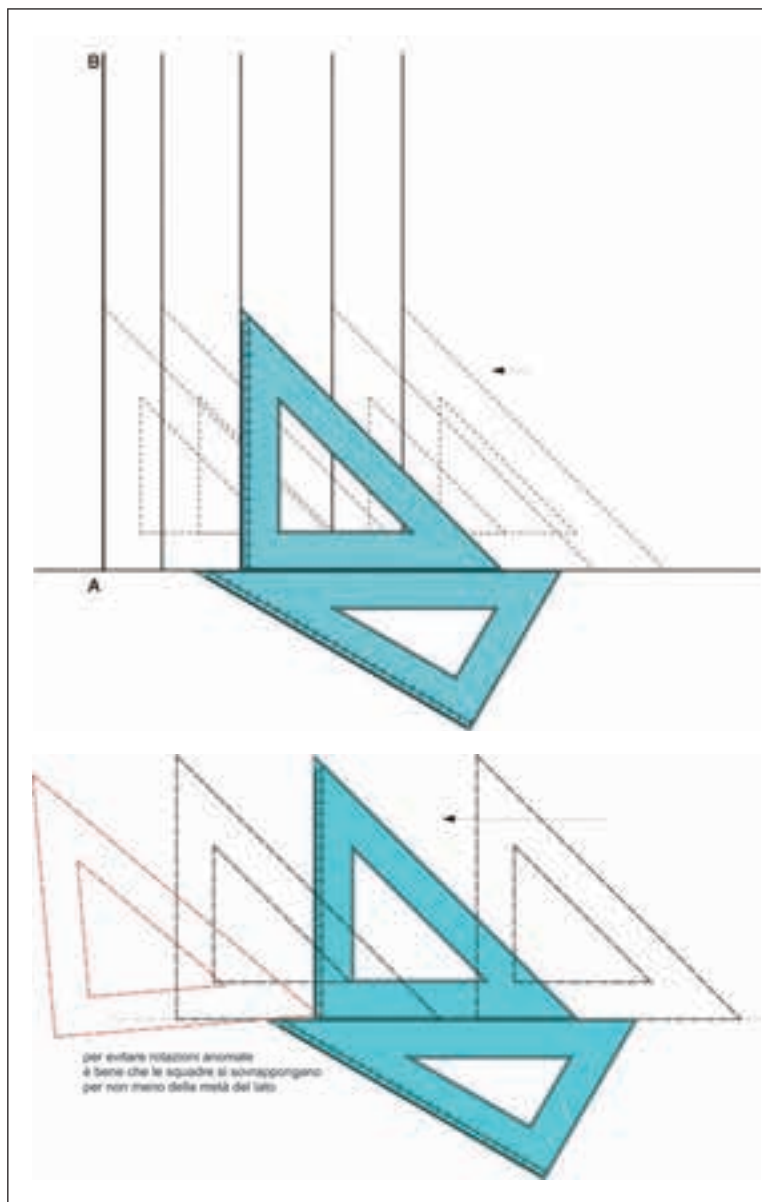


La squadra e la riga devono essere sempre pulite. È utile passare un fazzoletto di carta imbevuto di alcol sulla superficie e sui bordi delle squadre e della riga prima dell'attività di disegno.

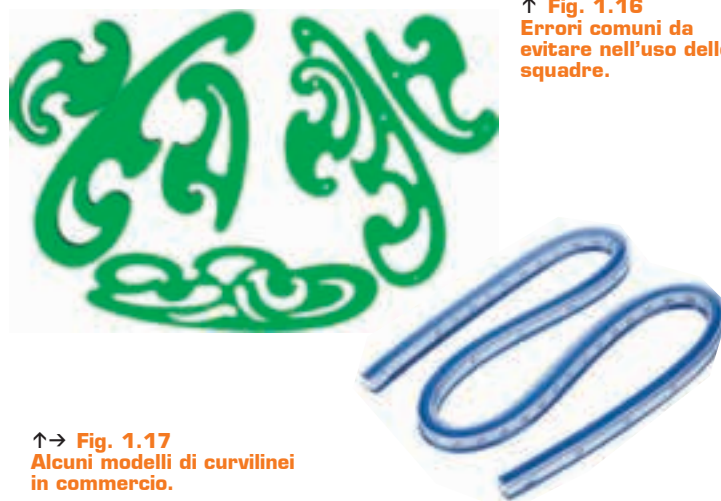
In queste pagine vengono mostrate alcune configurazioni per il tracciamento di angoli notevoli o di linee parallele con le squadre e una serie di accorgimenti necessari per mantenere un livello ottimale di precisione [Figg. 1.14-1.15-1.16].

Per tracciare le **linee curve** sono necessari i **curvilinei**. Si trovano in commercio sotto forma di mascherine in plastica trasparente con curvature variabili o in gomma con anima di piombo e acciaio. L'approssimazione dei vari rami di curvatura permette di realizzare con buona precisione linee curve di qualsiasi genere, l'esperienza e la pratica permettono di raggiungere risultati sempre più soddisfacenti [Fig. 1.17].

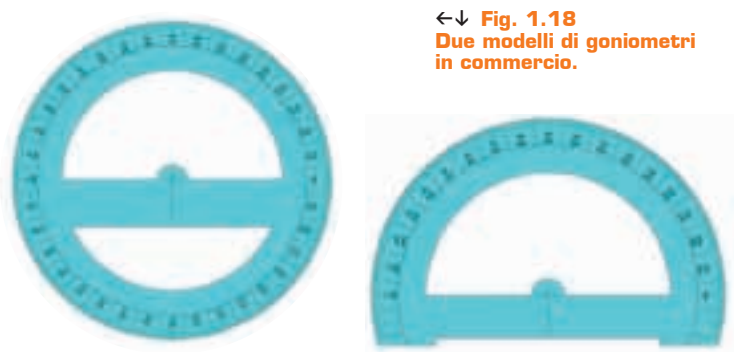
↓ Fig. 1.15
Tracciamento di segmenti paralleli ad un segmento dato \overline{AB} con l'uso di due squadre o una squadra con la riga.



↑ Fig. 1.16
Errori comuni da evitare nell'uso delle squadre.



↑→ Fig. 1.17
Alcuni modelli di curvilinei in commercio.

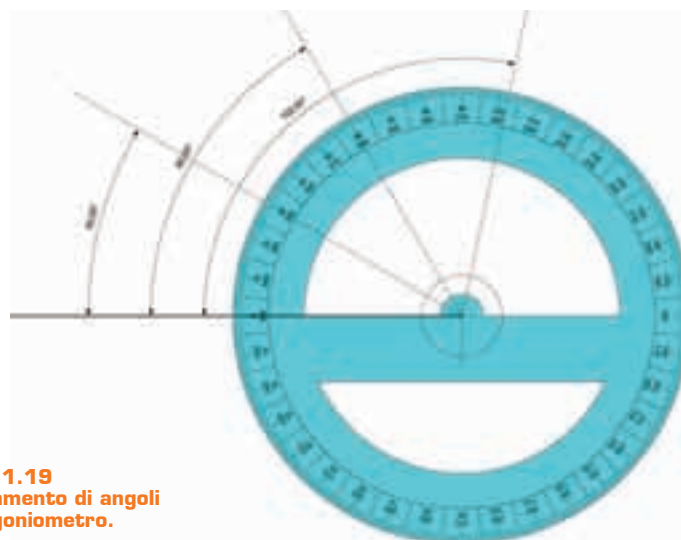


←↓ Fig. 1.18
Due modelli di goniometri in commercio.

Goniometri

Per la **misurazione degli angoli** e per il disegno di segmenti con inclinazioni date è necessario l'uso del **goniometro**. Si tratta di uno strumento in plastica trasparente di forma circolare (angolo giro 360°) o semicircolare (angolo piatto 180°). In entrambi i casi il goniometro è dotato di scala graduata lungo il bordo curvo. La **scala graduata** individua l'ampiezza angolare, rispetto a un punto di riferimento che coincide con il centro [Fig. 1.18].

Facendo coincidere il centro del goniometro con il vertice dell'angolo da misurare e posizionando lo zero della scala graduata su uno dei due segmenti che individuano l'angolo, è possibile leggere, in corrispondenza dell'incrocio tra il bordo e il secondo segmento, i gradi che ne definiscono l'ampiezza [Fig. 1.19].



→ Fig. 1.19
Tracciamento di angoli con il goniometro.

Compassi

Il **compasso** è lo strumento che permette la realizzazione di **circonferenze**, **archi di circonferenza** e il **riporto di misure**. È costituito da due aste metalliche unite da una cerniera che permette di regolare l'ampiezza della divaricazione. I compassi di precisione presentano le due aste collegate da una piccola barra filettata, dotata di rotellina, che consente una regolazione più fine e precisa: vengono chiamati **balaustri** (o



balaustrini, se di piccole dimensioni). Le estremità delle due aste che compongono il compasso sono dotate, rispettivamente, di una **punta metallica** e di una **mina**.

Sopra la cerniera è posizionata l'impugnatura, costituita da un cilindretto zigrinato in metallo o plastica. Il compasso può avere una serie di accessori che ne completano la funzionalità, come la prolunga per fare circonferenze di ampio raggio e un'estesa gamma di portapuntali per collegare al compasso le penne a inchiostro [Fig. 1.20].

Le modalità di utilizzo prevedono che il compasso venga impugnato, dopo aver provveduto a regolarne l'apertura, con due dita che tengono il cilindretto zigrinato, fissando con delicatezza la punta metallica sul centro della circonferenza e facendo scorrere l'asta con la mina sul foglio attraverso la rotazione delle due dita [Fig. 1.21]. È fondamentale che la mina sia bene affilata, possibilmente con una punta a scalpello.

Fig. 1.21
Uso corretto
del compasso.



4 La squadratura del foglio

Prima di iniziare un disegno è sempre opportuno squadrare il foglio (ovviamente se non sono stati acquistati fogli già squadrati).

La **squadratura** consiste nella realizzazione di una cornice rettangolare che definisce l'area che sarà dedicata al disegno fornendo anche un valido riferimento, nel posizionamento delle squadre e della riga, per il tracciamento delle linee parallele e perpendicolari. In alcuni casi è necessaria per partizionare il foglio, dividendolo in due o quattro parti.

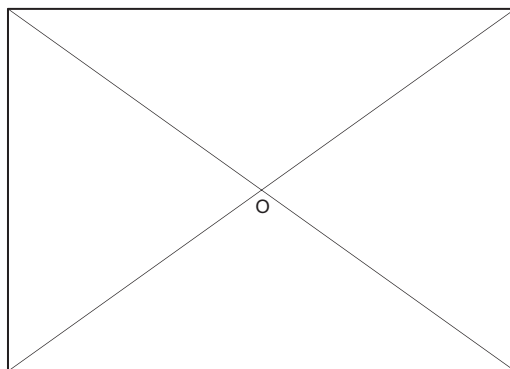
Il procedimento è semplice e richiede i seguenti passaggi:

1. Tracciare due linee a matita unendo i vertici opposti del foglio secondo le diagonali. La loro intersezione individuerà il punto **O** [Fig. 1.22].
2. Puntare il compasso in **O**, con un'apertura che arrivi a una distanza di 20 mm dal vertice del foglio. Tracciare quattro piccoli archi di circonferenza che individuano sulle due diagonali i punti: **1**, **2**, **3** e **4** [Fig. 1.23].
3. L'unione a due a due dei punti individuati sulle diagonali permette di realizzare la squadratura [Fig. 1.24].
4. Se si dovesse rendere necessaria la partizione del

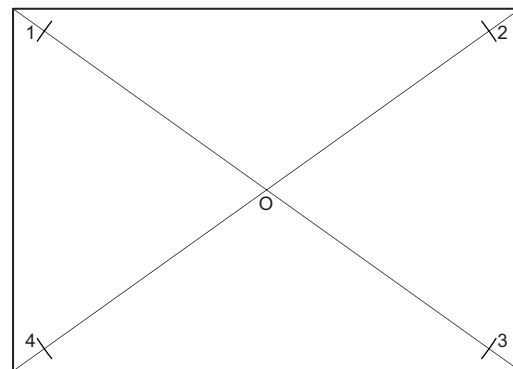
foglio, puntare il compasso sempre in **O**, con apertura a piacere. L'intersezione dei quattro archi con le diagonali individuerà i punti **5, 6, 7 e 8**. Sempre con la stessa apertura, puntando il compasso in sequenza nei punti **5, 6, 7 e 8**, tracciare degli archetti che definiranno i punti **9, 10, 11 e 12** [Fig. 1.25].

5. Infine, unendo le coppie di punti **9-11** e **12-10**, si otterranno le linee ortogonali di partizione del foglio [Fig. 1.26].

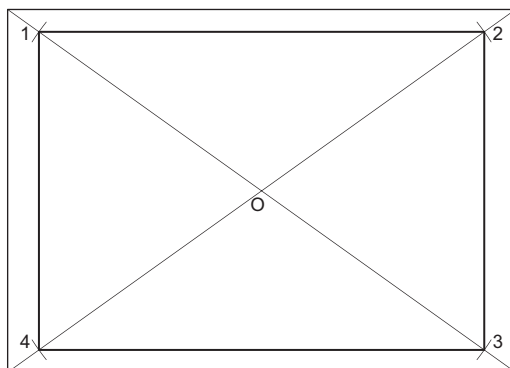
Al termine di queste operazioni sarà opportuno ripassare le linee della squadratura e quelle di partizione con le penne a inchiostro, usando possibilmente uno spessore di penna maggiore per la squadratura (0,50 mm) ed uno più sottile per le linee di partizione (0,20 mm). Si cancellino delicatamente le linee di costruzione a matita, avendo cura di lasciar prima asciugare l'inchiostro sulle linee ripassate a penna [Fig. 1.27].



↑ Fig. 1.22

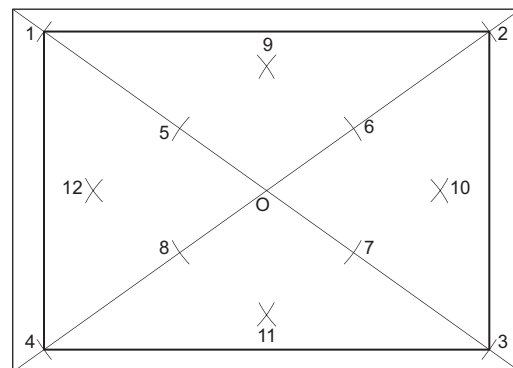


↑ Fig. 1.23



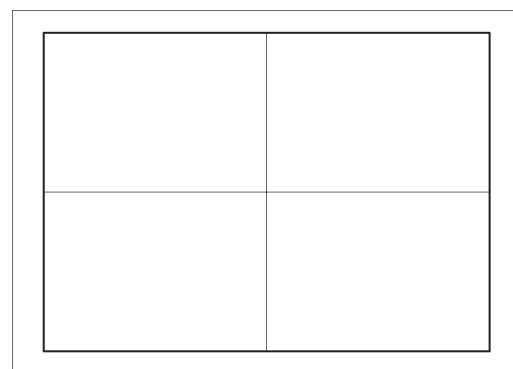
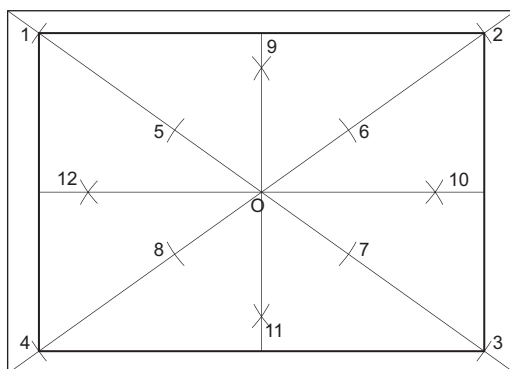
↑ Fig. 1.24

↓ Fig. 1.26



↑ Fig. 1.25

↓ Fig. 1.27



5 Tracciamenti e tipologie di linea

Linee

Il disegno tecnico è lo strumento attraverso il quale si rappresenta un oggetto fornendone tutte le informazioni in merito alla forma, alle dimensioni, alla funzione ed eventualmente anche ai materiali. Le modalità di rappresentazione sono codificate dalla normativa vigente attraverso le classificazioni UNI, di cui si è già accennato [■ 1.1]. Questo serve a stabilire un **linguaggio di rappresentazione** che rende gli elaborati immediatamente ed univocamente leggibili. Il **tracciamento delle linee**, il loro **spessore** e la loro **tipologia** costituiscono pertanto un linguaggio normato (conforme a delle regole) che deve essere scrupolosamente seguito nella stesura degli elaborati.

Nella pagina seguente si riportano tre tabelle esplicative nelle

quali sono elencati i principali tipi di linea [Fig. 1.28, p. 10], gli spessori rapportati alla scala di rappresentazione [Fig. 1.29, p. 10] e gli ambiti di applicazione dei diversi spessori [Fig. 1.30, p. 10].

Volendo fare un'operazione di semplificazione, nella didattica vengono utilizzati tre tipi di linea che comunemente vengono chiamati:

- 1. linea continua** come classificata in tabella [Fig. 1.28, p. 10];
- 2. linea tratteggiata** classificata in tabella come linea a tratti [Fig. 1.28, p. 10];
- 3. linea tratto-punto** classificata in tabella come linea mista [Fig. 1.28, p. 10].

Queste linee variano di spessore in rapporto alle necessità di rappresentazione [Fig. 1.31, p. 10].

→ Fig. 1.28
I principali tipi di linea
nel disegno tecnico.

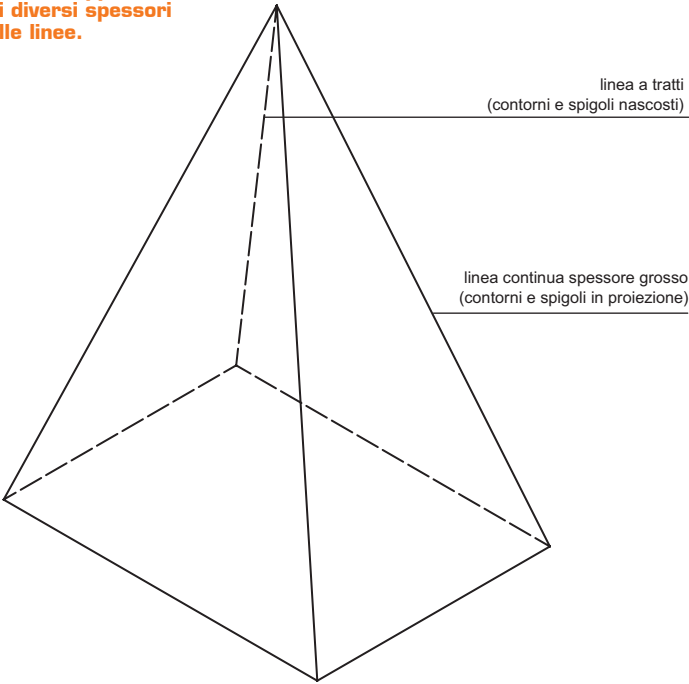
TIPI DI LINEA	DENOMINAZIONE	APPLICAZIONI	SPESSORE
A	continua grossa	contorni e spigoli in vista	1
B	continua fine	spigoli fittizi in vista, linee di riferimento, linee di richiamo, tratteggi di parti sezionate, contorni di sezioni ribaltate in loco	1/4
C	continua fine irregolare	interruzioni di viste e sezioni non coincidenti con un asse di simmetria	1/4
D	continua fine regolare con zig-zag		
E	a tratti grossa (usata soprattutto nel disegno meccanico)	contorni e spigoli reali nascosti	1
F	a tratti fine ($L_{\text{tratto}} \geq 3 \text{ mm}$; $L_{\text{interspazio}} > 0,8 \text{ mm}$)	contorni e spigoli fittizi nascosti	1/4
G	mista fine	assi di simmetria, tracce di piani di simmetria, parti situate anteriormente al piano, di sezione	1/4
H	mista fine e grossa	tracce dei piani di sezione	1-1/4-1
I	mista grossa	indicazione di superfici o zone oggetto di prescrizioni particolari	1
L	mista fine a due tratti brevi	posizioni intermedie ed estreme di parti mobili, contorni di pezzi vicini, traiettorie di parti mobili	1/4

↓ Fig. 1.29
Gli spessori delle linee rapportati
alla scala di rappresentazione.

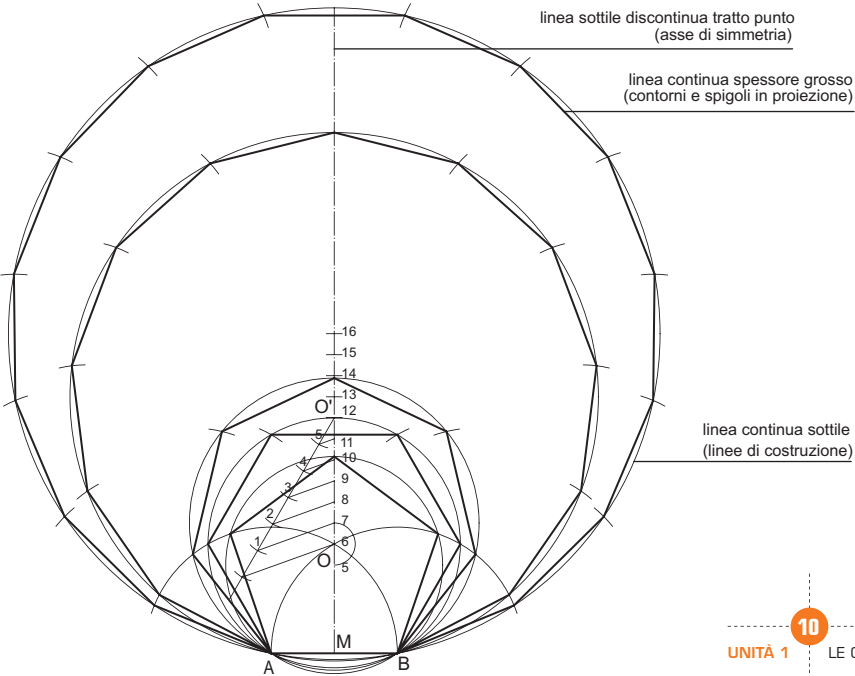
TIPI DI LINEA	SPESSORI			UTILIZZAZIONE
scala del disegno	1:100	1:50	1:20 1:10 al vero	
continua	0.4 - 0.6 spessa	0.8 - 1.0 spessa	1.0 - 1.5 spessa	contorno della figura di sezione
continua	0.1 - 0.2 sottile	0.2 - 0.25 sottile	0.2 - 0.25 sottile	spigoli architettonici a vista
tratteggio (tratti lunghi)	0.1 - 0.2 sottile	0.2 - 0.25 sottile	0.2 - 0.25 sottile	spigoli virtuali non visibili
tratto punto tratto due punti (tratti lunghi)	0.1 - 0.2 sottile	0.2 - 0.25 sottile	0.3 - 0.5 sottile	tracce di piani sezionati, assi, allineamenti
tratteggio	0.4 - 0.6 spesso	0.8 - 1.0 spesso	1.0 - 1.5 spesso	contorni ipotizzati della figura di sezione
punteggiata	0.1 - 0.2 medio	0.3 - 0.5 medio	0.2 - 0.4 medio	informazioni secondarie, tracciati regolatori, ipotesi restitutive
continua	non si quota il rilievo	0.1 sottile	0.2 sottile	linea di quota (non si quota il rilievo al vero)

	contorni sezionati
	contorni e spigoli in proiezione
	contorni e spigoli nascosti
	contorni e spigoli anteriori al piano di sezione
	linee di costruzione e quote
	assi di simmetria
	interruzione dell'oggetto quando non coincidente con l'asse di simmetria
	traccia dei piani di sezione

↑ Fig. 1.30
Ambiti di applicazione
dei diversi spessori
delle linee.



↔ Fig. 1.31
Norme grafiche applicate alla costruzione
geometrica di poligoni regolari e alla rappresentazione
di una piramide in assonometria.



Tratteggi, campiture, lettere

Nella stesura di un disegno, a volte è richiesto di evidenziare delle superfici, al fine di rendere più leggibile l'oggetto rappresentato. Nelle sezioni di solidi, ad esempio, è bene mettere in evidenza le parti sezionate attraverso un riempimento che può essere tratteggiato o continuo.

Il **tratteggio** consiste in una serie di linee parallele accostate ad una distanza che può essere costante o variabile. Nel primo caso l'effetto è quello di una colorazione omogenea, nel secondo di una colorazione sfumata. Il tratteggio può essere realizzato manualmente, con le squadrette, a matita o a penna, oppure ottenuto con l'uso dei retini. I **retini** sono sottili pellicole di materiale plastico adesivo che si applicano sul foglio nell'area interessata. Un'opportuna operazione di ritaglio con un taglierino adatta il retino alla forma della superficie che

deve essere riempita. Esistono **retini a tratteggio** con vari spessori e intensità di linee.

La **campitura piena** svolge la stessa funzione del tratteggio e viene usata, secondo la sensibilità e l'esperienza del disegnatore, per rendere più leggibile ed elegante la tavola. Può essere realizzata manualmente con l'uso di matite morbide e pastelli oppure con i **retini colorati** [Fig. 1.32].

Un altro elemento fondamentale per la lettura di un disegno tecnico sono i testi. Le **lettere** e i **numeri** che individuano gli enti geometrici del disegno devono essere chiare e facilmente leggibili, occorre pertanto che abbiano la stessa grandezza e grafia, posizionandole sul foglio in modo tale da non sovrapporsi alle linee che compongono le figure.

Si possono realizzare a mano libera oppure con apposita mascherina in materiale plastico detta **normografo** [Fig. 1.33].

Fig. 1.32
Rappresentazione di una superficie di sezione.

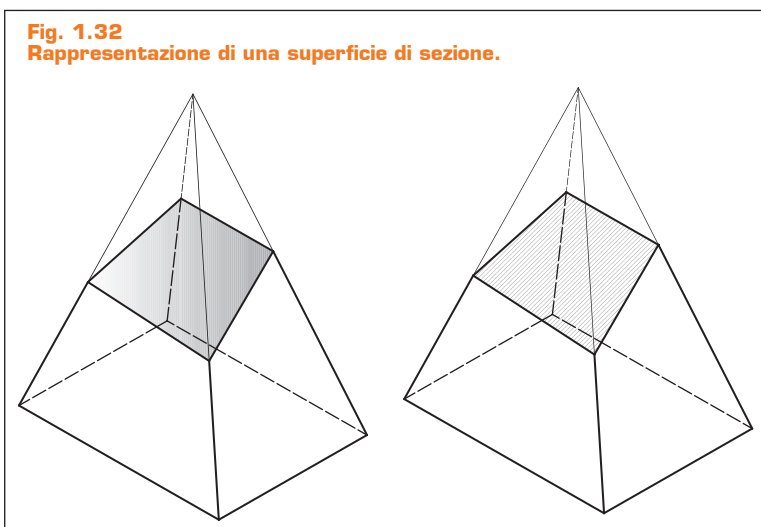
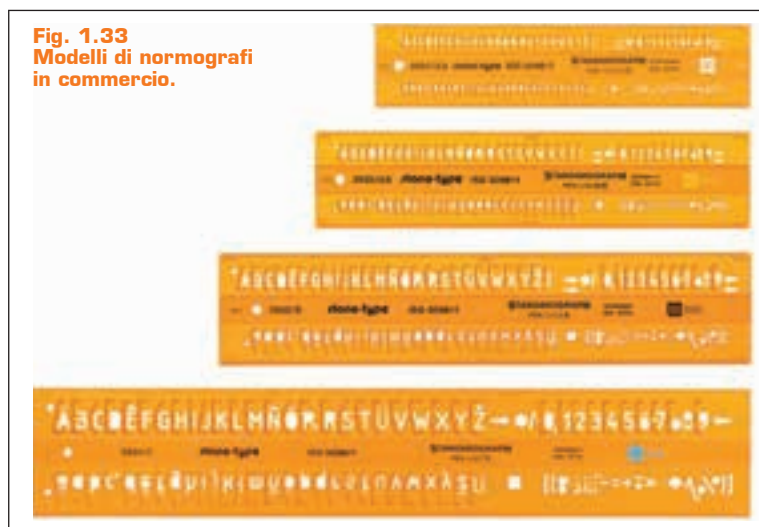


Fig. 1.33
Modelli di normografi in commercio.



6 Le scale di rappresentazione

Disegni in scala

Un oggetto, nella realtà, è quasi sempre di dimensioni tali da non poter essere rappresentato mantenendo le sue misure reali. Ci si trova quindi nella necessità di inserire dei **fattori di riduzione o di ingrandimento** che rendano possibile la realizzazione e la lettura del disegno. Il rapporto tra le dimensioni lineari effettive dell'oggetto e le dimensioni lineari del suo modello nel disegno è chiamato **fattore di scala**. Esemplicando possiamo dire che se un oggetto è rappresentato in scala 1:100 (si legge uno a cento) vuol dire che tutte le sue dimensioni reali sono state ridotte di 100 volte nel modello disegnato, quindi ad 1 cm disegnato corrisponderanno 100 cm nella realtà.

Un oggetto può essere rappresentato mediante una scala di riduzione, una scala naturale o al vero e una scala di ingrandimento.

Tipi di scala

La **scala di riduzione** si usa comunemente:

- in **topografia**, dove il territorio da rappresentare è talmente vasto rispetto alle dimensioni del foglio da richiedere fattori di riduzione molto grandi (1:25.000 - 1:100.000 e oltre);
- in **urbanistica**, con porzioni di territorio più ristrette (1:5.000 - 1:2.000 - 1:1.000 - 1:500);
- in **architettura**, dove gli oggetti da rappresentare sono in prevalenza edifici, con fattori di riduzione meno rilevanti (1:200 - 1:100 - 1:50) [Fig. 1.34, p. 12].

La **scala naturale o al vero** prevede un rapporto di restituzione 1:1, il che significa che l'oggetto viene rappresentato nelle sue dimensioni reali. Questa scala viene usata prevalentemente nel **design** o nella **produzione industriale** [Fig. 1.35, p. 12].

The image displays ten technical drawings of mechanical components, arranged in three rows. The first row contains three drawings: a gear with a central hole, a hexagonal nut, and a shaft with a keyway. The second row contains three drawings: a hexagonal bolt head, a tapered bush, and a star-shaped washer. The third row contains four drawings: a coiled spring, a U-bolter, and an L-bracket. Each drawing is rendered in a standard technical style with hatching for cross-sections and dimension lines for measurements.

Il diagramma illustra l'interno di un orologio meccanico a carica manuale. Le componenti principali sono:

- P1** e **P2**: Pignoni della carica a mano.
- F1**: Ruota di carica del barileto.
- C**: Corona di carica.
- F**: Fuso.
- A**: Anello di carica.
- S**: Sostegno della massa oscillante.
- Massa oscillante**: La parte che oscilla e genera il movimento.
- Ruota di carica del barileto**: La ruota che carica il barileto.

12
UNITÀ 1 LE COSTRUZIONI GEOMETRICHE

LINEE, ANGOLI E BISETTRICI

1 Tracciamento di linee parallele e perpendicolari con le squadre

Per tracciare **linee parallele** sono sufficienti due squadre o una riga con una squadra. È sufficiente individuare con il cateto di una squadra la linea di riferimento, rispetto alla quale devono essere disegnate le parallele, allineare al bordo della sua ipotenusa, o dell'altro cateto, la riga o l'altra squadra, tenere quest'ultima ben ferma e fare scorrere su di essa la prima squadra fino al punto dal quale si vuole tracciare la linea

parallela [Fig. 2.1]. Giacché i due cateti delle squadre formano un angolo di 90° , sarà anche possibile, come mostrato in Fig. 2.2, tracciare una o più rette **perpendicolari** alla linea di riferimento e quindi al fascio. In alternativa, si fa coincidere il bordo della riga o dell'ipotenusa di una squadra con una linea di riferimento, si pone su questa l'altra squadra con l'angolo di 90° e si traccia la linea perpendicolare.

Fig. 2.1
Esempio di tracciamento di linee parallele con le squadre.

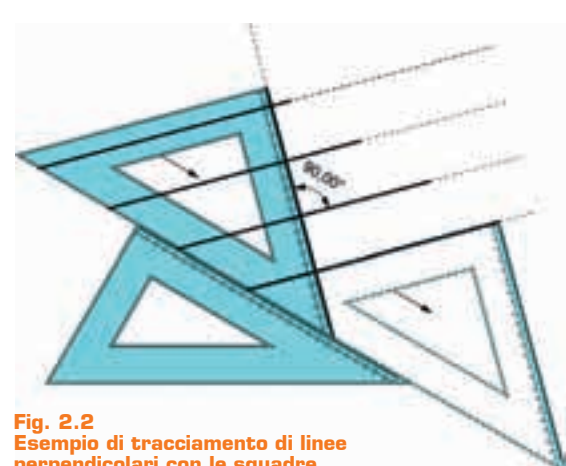
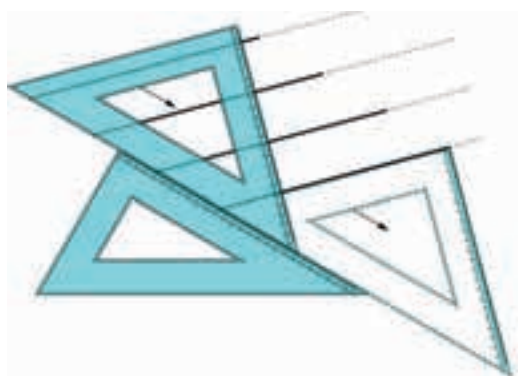


Fig. 2.2
Esempio di tracciamento di linee perpendicolari con le squadre.

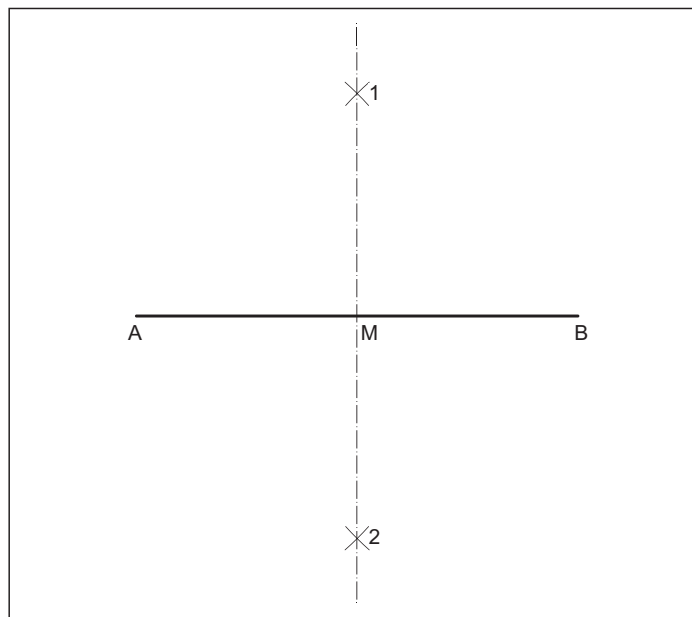
2 Asse di un segmento

Dato un segmento \overline{AB} , si centra il compasso in **A** e in **B** avendo cura di mantenerne invariata l'apertura e, con raggio a piacere superiore alla metà della lunghezza del segmento dato, si tracciano due coppie di archi che si incontrano nei punti **1** e **2**.

La retta passante per i punti **1** e **2** è l'asse del segmento \overline{AB} e intersecca su di esso il punto medio **M**.

Essendo l'asse del segmento anche asse di simmetria, la linea che lo individua è del tipo tratto-punto. Tuttavia, considerando tale asse come una retta, lo si può tracciare anche con una linea sottile.

→ Fig. 2.3



3 Perpendicolare a un segmento per un suo estremo

Dato un segmento \overline{AB} , si centra il compasso in un suo estremo, ad esempio il punto **A**, con un'apertura a piacere, preferibilmente non superiore alla lunghezza del segmento.

L'arco tracciato individua sul segmento il punto **1**.

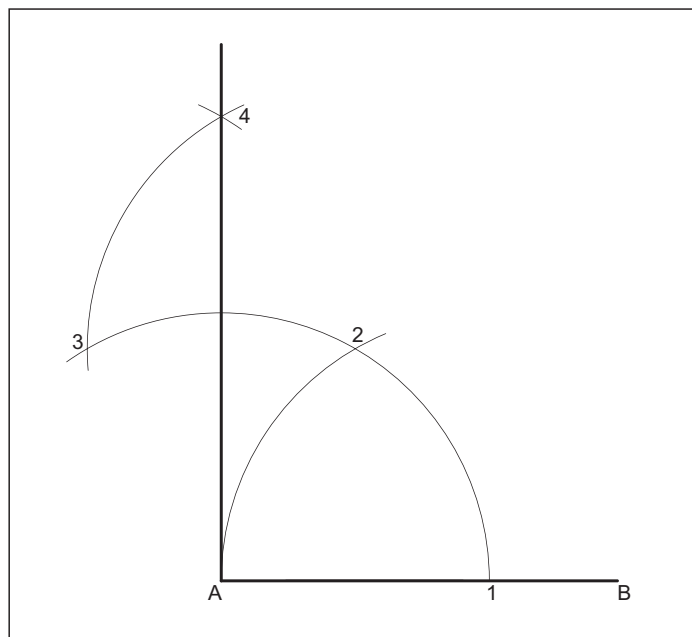
Mantenendo la stessa apertura si centra il compasso nel punto **1** e si traccia un secondo arco che interseca il primo arco nel punto **2**.

Sempre con la stessa apertura, si centra il compasso nel punto **2** e si traccia un terzo arco che interseca, a sua volta, il primo arco nel punto **3**.

Infine, senza variare l'apertura del compasso, si centra il compasso nel punto **3** intersecando il terzo arco nel punto **4**.

Unendo il punto **4** con il punto **A** si ottiene la perpendicolare cercata.

→ Fig. 2.4



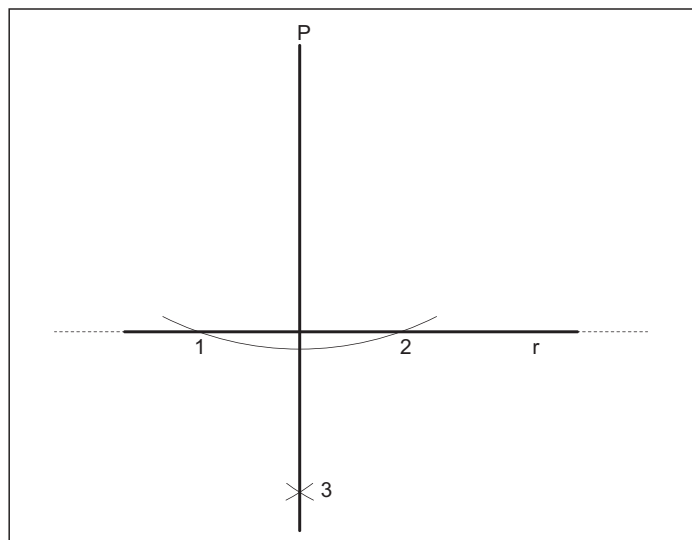
4 Perpendicolare a una retta r per un punto P non appartenente a essa

Data la retta **r** e il punto **P** non appartenente a essa, si centra il compasso nel punto **P** con un'apertura maggiore della distanza del punto dalla retta e si traccia un arco che individua sulla retta i punti **1** e **2**.

Con apertura di compasso a piacere si centra nel punto **1** e nel punto **2** tracciando due archi la cui intersezione individua il punto **3**.

Unendo il punto **3** con il punto **P** si ottiene la perpendicolare richiesta.

→ Fig. 2.5



Il **punto** è un'entità priva di dimensione e indivisibile; è chiaro che, nella pratica del disegno, il punto ha sempre e comunque una dimensione oggettiva, quella della punta della matita o della penna.

La **retta** è un insieme di infiniti punti allineati lungo una direzione e si disegna come una linea priva di curvatura. Essa è infinita, immateriale, senza spessore e con una sola dimensione. Tuttavia, la retta non si può che disegnare finita, condotta fino ai bordi del foglio o interrotta poco prima e con lo spessore della matita o della penna utilizzate.

Due rette si dicono **perpendicolari** quando intersecandosi formano quattro angoli retti (90°); sono invece **parallele** quando non si intersecano mai, quindi non hanno punti in comune e mantengono tra di loro, in ogni punto, una distanza costante.

La porzione di retta delimitata da due punti è detta **segmento**; la

distanza fra quei due punti, detti estremi del segmento, costituisce la misura del segmento stesso.

Il **piano** è un luogo geometrico, costituito dall'insieme degli infiniti punti e delle infinite rette che ad esso appartengono; si identifica con una superficie piana (ossia priva di curvature), infinita e senza spessore. Nel disegno si è soliti indicare una porzione delimitata di piano, attraverso rette o segmenti che creano una sua ideale cornice.

Si chiama **fascio di rette** nel piano l'insieme delle infinite rette appartenenti a quel piano passanti per un punto fissato o parallele ad una retta data.

I punti si indicano sempre con le **lettere maiuscole dell'alfabeto latino** (A, B, C, ...), le rette con quelle **minuscole dell'alfabeto latino** (a, b, c, ...) e i piani con le lettere **minuscole dell'alfabeto greco**, le più usate delle quali sono alfa (α), beta (β), gamma (γ), delta (δ) e pi greco (π).

5 Perpendicolare a una retta r per un punto P appartenente a essa

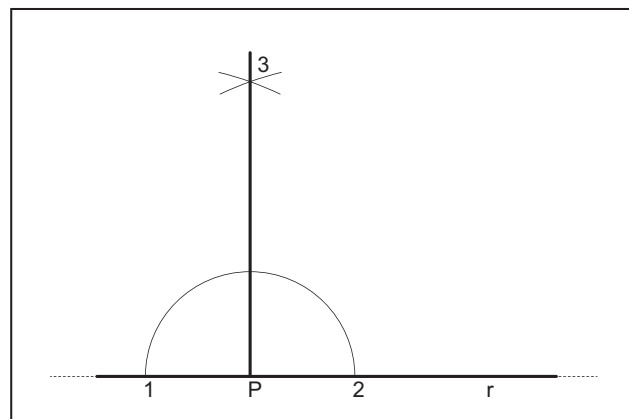
Data la retta r e il punto P appartenente a essa, si centra il compasso nel punto P con apertura a piacere.

L'arco tracciato individua sulla retta r i punti **1** e **2**.

Sempre con apertura a piacere si centra il compasso nel punto **1** e nel punto **2** tracciando due archi la cui intersezione individua il punto **3**.

Congiungendo il punto **3** con il punto P si ottiene la perpendicolare cercata.

→ Fig. 2.6



6 Parallela a una retta r alla distanza prefissata d

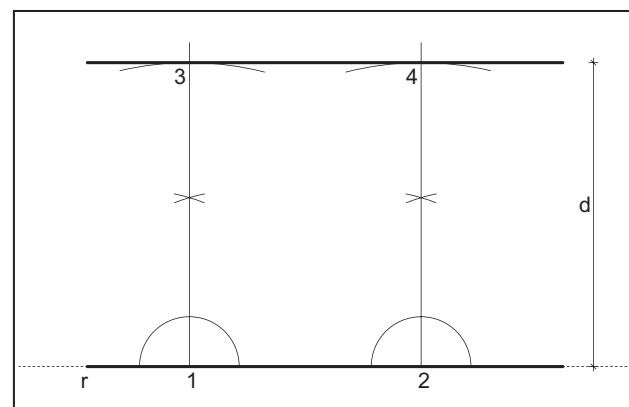
Data la retta r , si individuano su di essa i due punti a piacere **1** e **2**.

Da questi punti si tracciano le perpendicolari alla retta r .

Centrando il compasso sui punti **1** e **2** con apertura pari alla distanza d richiesta si trovano i punti **3** e **4**.

L'unione dei punti **3** e **4** permette di tracciare la parallela richiesta.

→ Fig. 2.7



7 Parallela a una retta r passante per un punto P

Data la retta r , si individua su di essa il punto **1**. Si congiunge il punto **1** con il punto P esterno alla retta r .

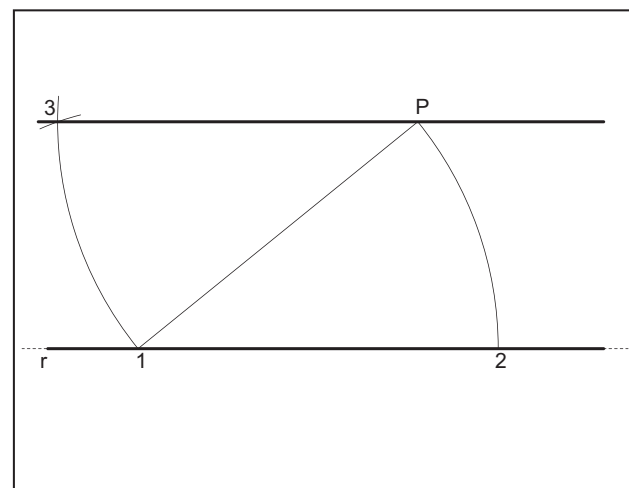
Centrando il compasso sul punto **1**, con apertura $\overline{1P}$, si traccia un arco la cui intersezione con la retta r determina il punto **2**.

Avendo cura di mantenere la stessa apertura del compasso, si centra in P e si traccia un arco che passa per il punto **1**.

Centrando il compasso nel punto **1**, con apertura $P-2$, si traccia un arco che, intersecando l'arco precedente, individua il punto **3**.

L'unione del punto P con il punto **3** permette di tracciare la parallela richiesta.

→ Fig. 2.8



8 Divisione di un segmento in n parti uguali

Dato il segmento \overline{AB} , dall'estremo **A** si traccia una semiretta r con inclinazione a piacere.

Centrando il compasso in **A**, con apertura a piacere, si traccia un arco che interseca la semiretta r nel punto **1**.

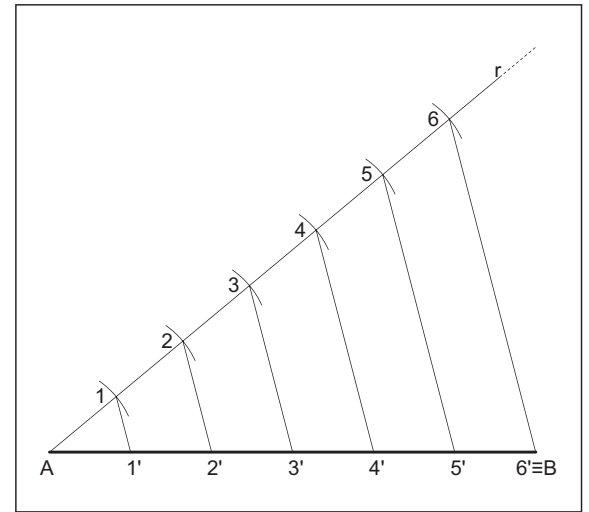
Mantenendo la stessa apertura si centra il compasso nel punto **1** e si individua sulla semiretta r il punto **2**.

Si ripete l'azione tante volte quante sono le parti in cui si vuole dividere il segmento.

Si unisce l'estremo **B** del segmento con l'ultimo punto (punto **6** nella Fig. 2.9) individuato sulla semiretta r .

Dai punti precedentemente individuati si tracciano le parallele a $\overline{B6}$ determinando i punti **1'**, **2'**, **3'**, **4'** e **5'** che dividono il segmento nel numero di parti richiesto.

→ Fig. 2.9



9 Costruzione della sezione aurea di un segmento

Si traccia il segmento \overline{AB} e da **B** la perpendicolare ad esso [Fig. 2.4].

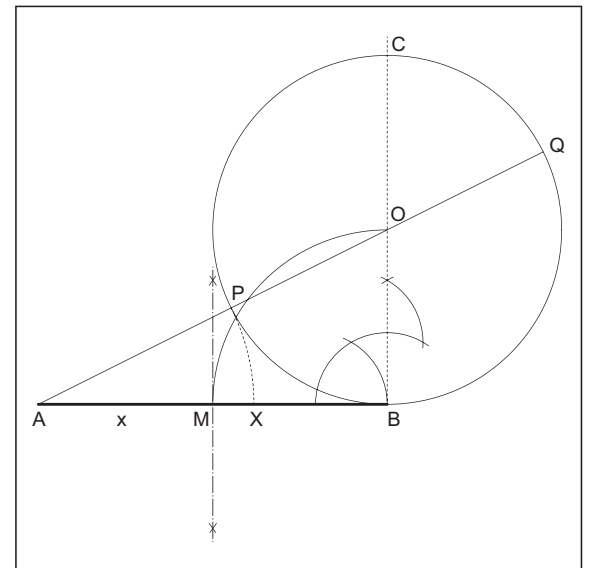
Si trova sulla perpendicolare il punto **O** tale che \overline{OB} sia la metà di \overline{AB} .

Si traccia la circonferenza di centro **O** e raggio \overline{OB} e si unisce il punto **O** con il punto **A**, trovando sulla circonferenza il punto **P**.

Con centro in **A** e raggio \overline{AP} si ribalta il punto **P** su \overline{AB} , trovando il punto **X**: il segmento \overline{AX} corrisponde alla sezione aurea del segmento \overline{AB} ; $\overline{AB} / \overline{AX} = 1,618$.

La **sezione aurea**, detta anche **rapporto aureo** o **numero aureo** o **proporzione aurea** o **divina proporzione**, indica il **rapporto fra due lunghezze disuguali**, delle quali la maggiore è medio proporzionale tra la minore e la somma delle due. Quindi, dato un **segno** di lunghezza \overline{AB} , per trovare la

proporzione aurea si deve trovare in esso un punto **X** tale che $\overline{AB} : \overline{AX} = \overline{AX} : \overline{XB}$. Lo stesso rapporto esiste anche tra la minore delle due lunghezze e la loro differenza. Tale rapporto vale approssimativamente 1,618, che è un numero irrazionale.



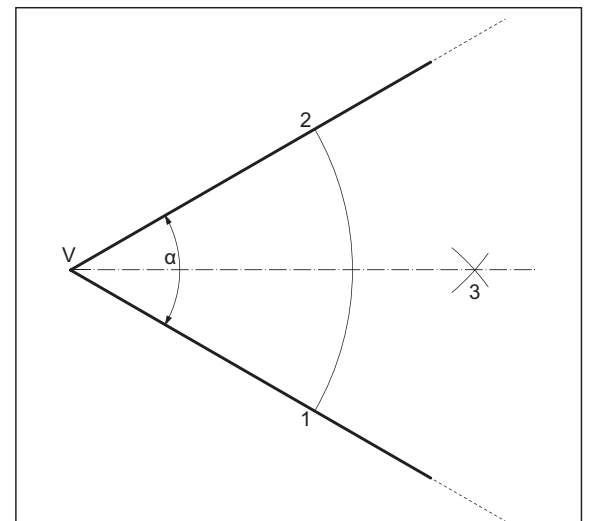
↑ Fig. 2.10

10 Bisezione di un angolo generico

Dato l'angolo α di vertice **V**, si centra il compasso nel vertice **V** con apertura a piacere e si traccia un arco che individua nei lati dell'angolo i due punti **1** e **2**. Con un'apertura maggiore della metà della distanza tra il punto **1** e il punto **2** si centra il compasso nel punto **1** e nel punto **2**, quindi si tracciano due archi la cui intersezione individua il punto **3**.

Congiungendo il vertice **V** con il punto **3** si traccia la semiretta che divide l'angolo in due parti uguali, ovvero la sua bisettrice.

→ Fig. 2.11

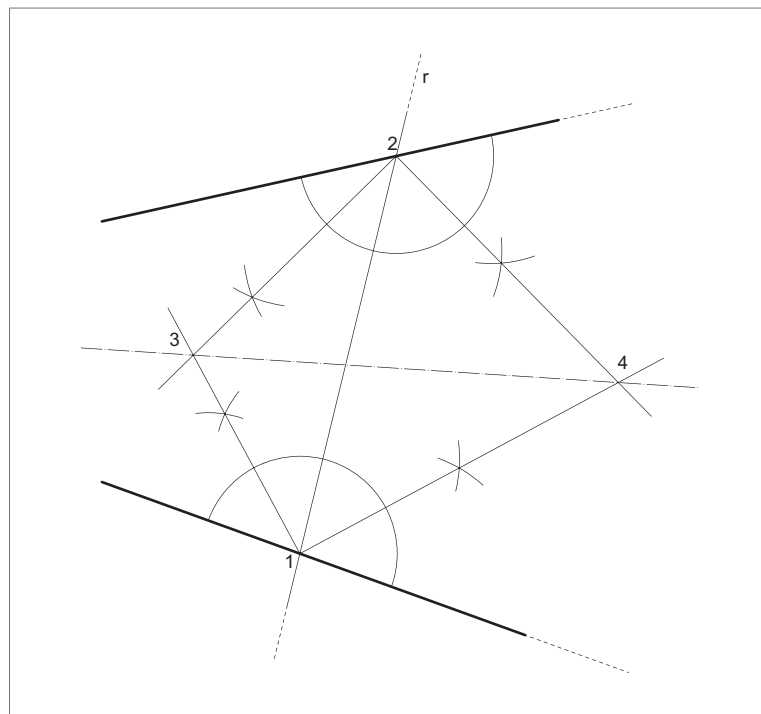


11 Bisezione di un angolo generico il cui vertice non è noto

Dato l'angolo α il cui vertice si trova fuori dall'area del disegno, si traccia una retta r a piacere che intersechi i lati dell'angolo nei punti 1 e 2.

La retta r , intersecando i lati dell'angolo dato, individuerà quattro angoli. Applicando la costruzione precedente [Fig. 2.11] ai quattro angoli si troveranno le rispettive quattro bisettrici.

L'intersezione a due a due delle bisettrici determina i punti 3 e 4, l'unione dei quali individua la bisettrice richiesta.



→ Fig. 2.12

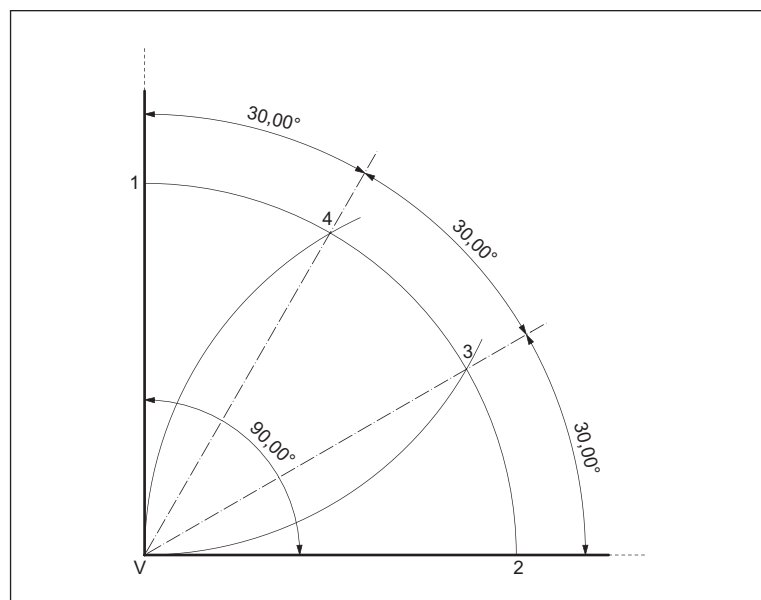
12 Trisezione di un angolo retto

Dato un angolo retto di vertice V , si centra il compasso nel vertice dell'angolo con apertura a piacere tracciando un arco che individua sui lati i punti 1 e 2.

Mantenendo invariata l'apertura si centra il compasso nel punto 1 e si traccia un arco che interseca l'arco precedente nel punto 3.

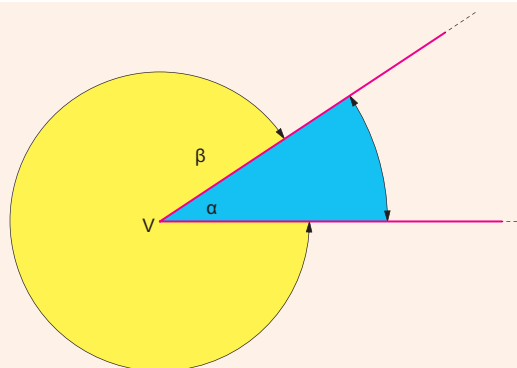
Si compie un'analoga operazione centrando il compasso nel punto 2 e determinando il punto 4.

Unendo il punto V rispettivamente con il punto 3 e con il punto 4 si trovano le suddivisioni cercate.



→ Fig. 2.13

L'**angolo** è una porzione di piano delimitata da **due semirette**, dette anche lati, che hanno origine in un medesimo punto V detto **vertice**. Le due semirette incidenti in V individuano due angoli di cui uno è interno e l'altro esterno. Si dice **interno** l'angolo compreso fra le due semirette, **esterno** quello non compreso fra le due semirette [Fig. 2.14]. L'ampiezza dell'angolo si misura in gradi sessagesimali. Un grado sessagesimale è la novantesima parte di un **angolo retto** che equivale a 90° . Un **angolo piatto** equivale a 180° e un **angolo giro** a 360° . Un angolo compreso fra 0° e 180° è detto, genericamente, **convesso**, quello compreso fra 180° e 360° è detto **concavo**. Un angolo minore di un angolo retto è detto **acuto**, uno maggiore è detto **ottuso**. Di solito un angolo si indica con una lettera greca minuscola. È detta **bisettrice** di un angolo la semiretta che ha come origine il vertice dell'angolo e che divide questo in due parti uguali.



↑ Fig. 2.14

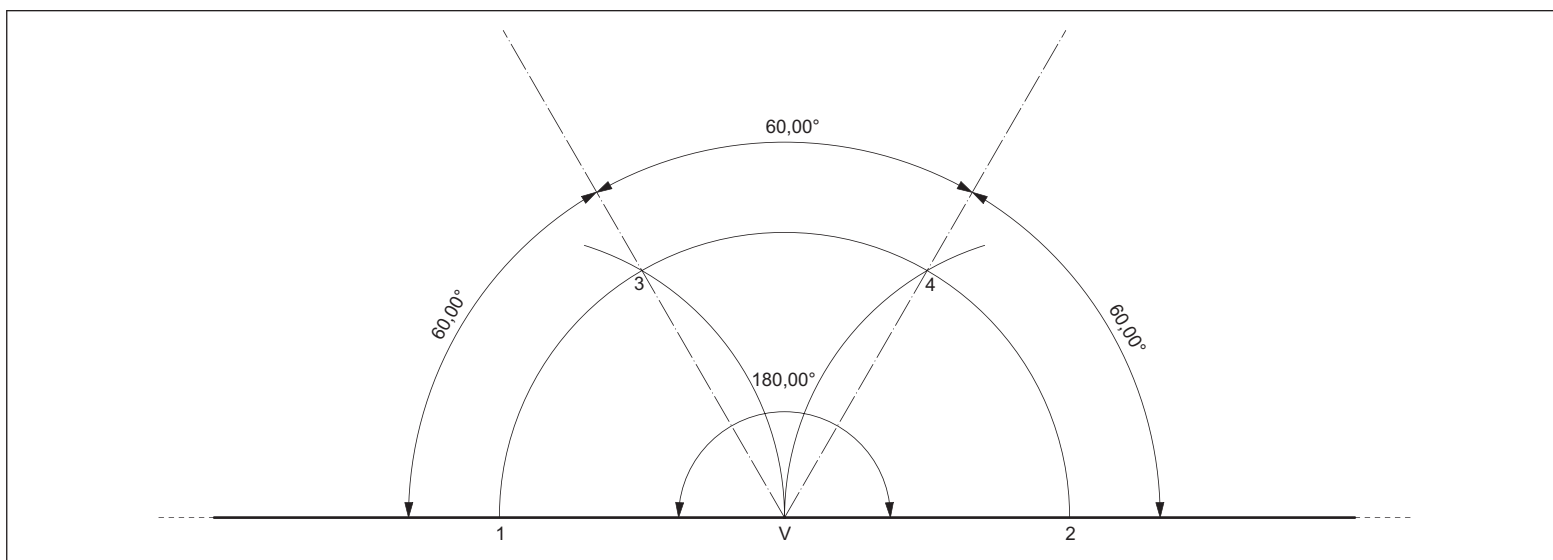
13 Trisezione di un angolo piatto

Dato un angolo piatto di vertice V , si centra il compasso nel vertice V con apertura a piacere, tracciando un arco che individua sui lati dell'angolo i punti 1 e 2 .

Con la stessa apertura si centra il compasso nel punto 1 e nel

punto 2 , tracciando due archi che intersecano il primo nei punti 3 e 4 .

Unendo il vertice V rispettivamente con i punti 3 e 4 si individuano le suddivisioni richieste.



↑ Fig. 2.15

14 Costruzione di un angolo uguale a quello dato

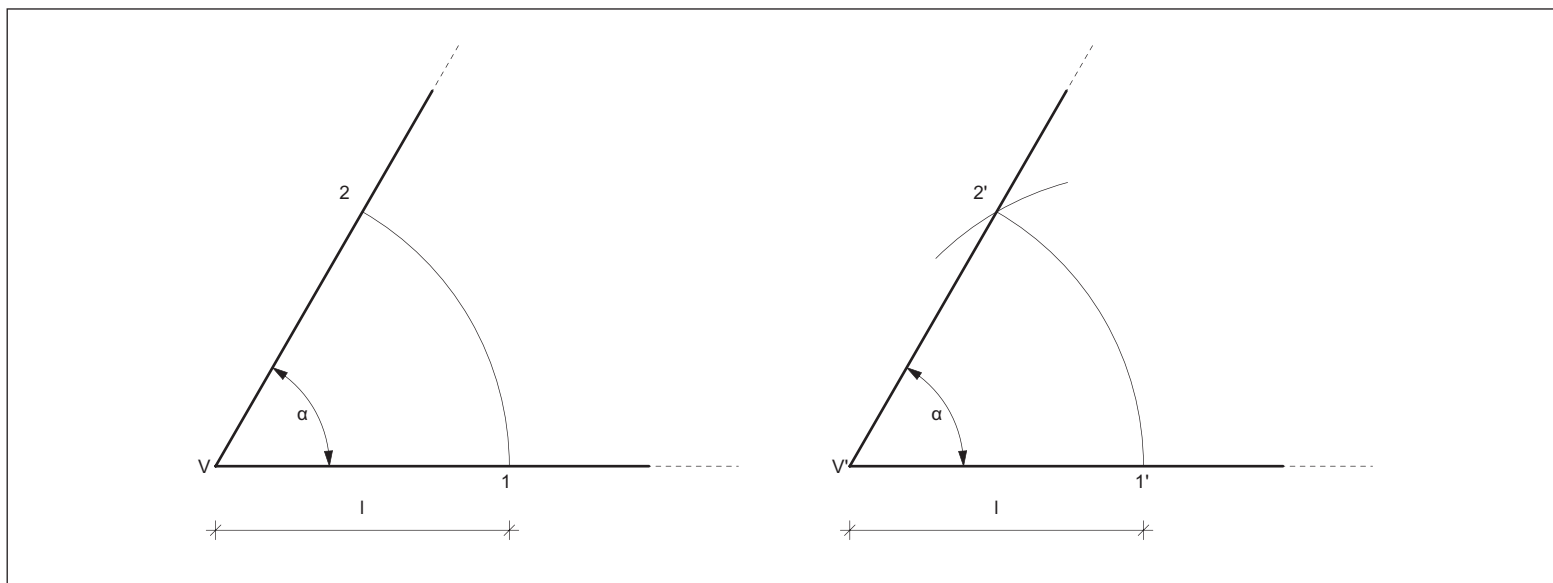
Dato un angolo generico di vertice V , si centra il compasso nel vertice dell'angolo con apertura a piacere tracciando un arco che individua sui lati i punti 1 e 2 .

Dal punto V' si traccia una semiretta parallela ad una delle semirette dell'angolo dato. Mantenendo invariata l'apertura si centra il compasso nel punto V' e si traccia un arco che interseca la semiretta appena tracciata nel punto $1'$.

Con centro in $1'$ si traccia l'arco di circonferenza di raggio pari alla distanza tra il punto 1 e il punto 2 . Questo arco interseca l'arco di raggio $V'1'$ nel punto $2'$.

La semiretta con origine in V' passante per $2'$ definisce l'ampiezza del nuovo angolo, uguale a quello dato.

↓ Fig. 2.16



PROIEZIONI ORTOGONALI E ASSONOMETRIE

UNITÀ

2

LA GEOMETRIA DESCRITTIVA

10

LE PROIEZIONI ORTOGONALI

11

LE SEZIONI E LE CONICHE

12

COMPENETRAZIONI TRA SOLIDI

13

LE ASSONOMETRIE

LE PROIEZIONI ORTOGONALI

1 Cos'è una proiezione

Il problema della corrispondenza tra la forma reale di un oggetto e la sua rappresentazione su un piano è oggetto di studio dagli inizi del XV secolo. Tuttavia furono i matematici francesi René Descartes (1596-1650), Girard Desargues (1591-1661) e Gaspard Monge (1746-1818) a gettare le basi della **geometria descrittiva**. La geometria descrittiva è un ramo della geometria il cui insieme di regole permette di raffigurare gli oggetti nel piano con una **corrispondenza dimensionale esatta tra la realtà e la rappresentazione**. Per spiegare il significato di proiezione ortogonale è necessario anzitutto chiarire il concetto di **proiezione**.

Il verbo proiettare deriva dal latino tardo *proiectare*, 'gettare avanti'. Nel linguaggio corrente, per esempio, "proiettare un film" comporta che le immagini vengano "lanciate" dal

proiettore allo schermo. In **geometria descrittiva**, la proiezione rappresenta la vista di una figura geometrica (piana o solida) o un oggetto, da un punto (**centro di proiezione** o **punto di vista**) dal quale partono idealmente dei raggi (**rette proiettanti**) che, passando tangenti alla forma dell'oggetto considerato (quindi per i punti del suo profilo), arrivano ad intersecare un piano (**piano di proiezione**). L'unione dei punti di intersezione delle rette proiettanti con il piano di proiezione definisce l'**immagine proiettata**.

Quando il **centro di proiezione** è posto a una **distanza infinita** rispetto all'oggetto e al **piano di proiezione**, i **raggi proiettanti** sono paralleli e il tipo di proiezione si dice **parallela**. Tra le proiezioni parallele abbiamo le **proiezioni ortogonali** e le **proiezioni assonometriche**.

2 Cosa sono le proiezioni ortogonali

Le **proiezioni ortogonali** sono un particolare metodo di rappresentazione di un oggetto, contenuto nello spazio di un diedro o di un triedro fondamentale. Sono dette

anche **Metodo di Monge**, dal nome di Gaspard Monge che lo codificò alla fine del XVIII secolo. Nella sostanza, tale metodo consiste nel proiettare la figura su dei piani che vengono poi

ribaltati fino a divenire tutti complanari, ossia giacenti su un unico piano che coincide con il foglio da disegno. **Le proiezioni ortogonali non offrono visioni globali degli oggetti rappresentati ma tre visioni distinte e contemporanee**, una dall'alto, una di fronte e una di lato, che devono essere idealmente ricomposte in una sintesi spaziale unitaria.

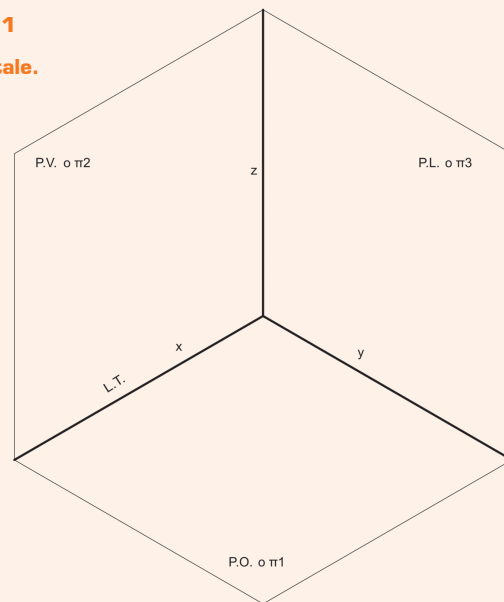
In geometria, **dati un punto A nello spazio e un piano π , si definisce proiezione ortogonale di quel punto su quel piano l'intersezione del piano medesimo con la retta ad esso perpendicolare e passante per il punto**. In altre parole, si traccia la retta perpendicolare al piano passante per il punto, detta **retta proiettante**, e l'incontro di tale retta con il piano è la proiezione del punto sul piano. Si noti che infinite sono le rette perpendicolari al piano ma solo una passa per il punto; d'altro canto, infinite sono le rette passanti per il punto ma solo una è anche perpendicolare al piano. Pertanto, si può avere solo una proiezione ortogonale di un certo punto su un certo piano. Se si considerano un punto nello spazio e infiniti piani, esiste una proiezione ortogonale di quel punto per ognuno dei piani; se consideriamo un piano e infiniti punti nello spazio, per ogni punto si può trovare la proiezione ortogonale su quel piano.

Quando si disegna una **proiezione ortogonale** si presuppone che l'oggetto venga posizionato nello spazio costituito da due piani perpendicolari fra di loro, detto **diedro fondamentale**, oppure, più frequentemente, da tre piani perpendicolari fra di loro (**triedro fondamentale** [Fig. 10.1]) e quindi proiettato da altrettanti centri posti all'infinito sia sul piano orizzontale (**prima proiezione**), sia su quello verticale (**seconda proiezione**) [Fig. 10.2] ed eventualmente su quello laterale

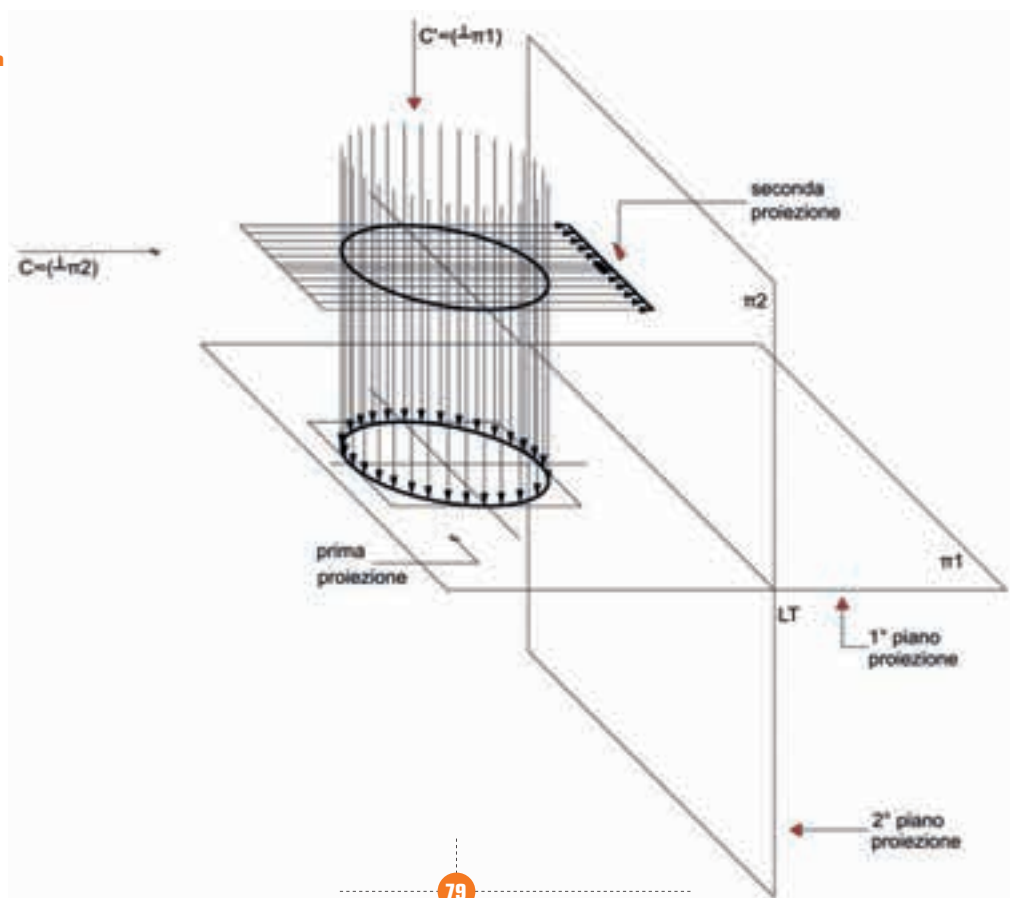
Due piani ortogonali, ossia perpendicolari fra di loro, uno orizzontale, chiamato **P.O.** o π_1 , e l'altro verticale, chiamato **P.V.** o π_2 , formano il cosiddetto **diedro fondamentale**, che è lo spazio delimitato da due dei quattro semipiani (il semipiano orizzontale anteriore e il semipiano verticale superiore) che si incontrano nella cosiddetta linea di terra (**L.T.**). Con l'aggiunta di un terzo piano ortogonale agli altri

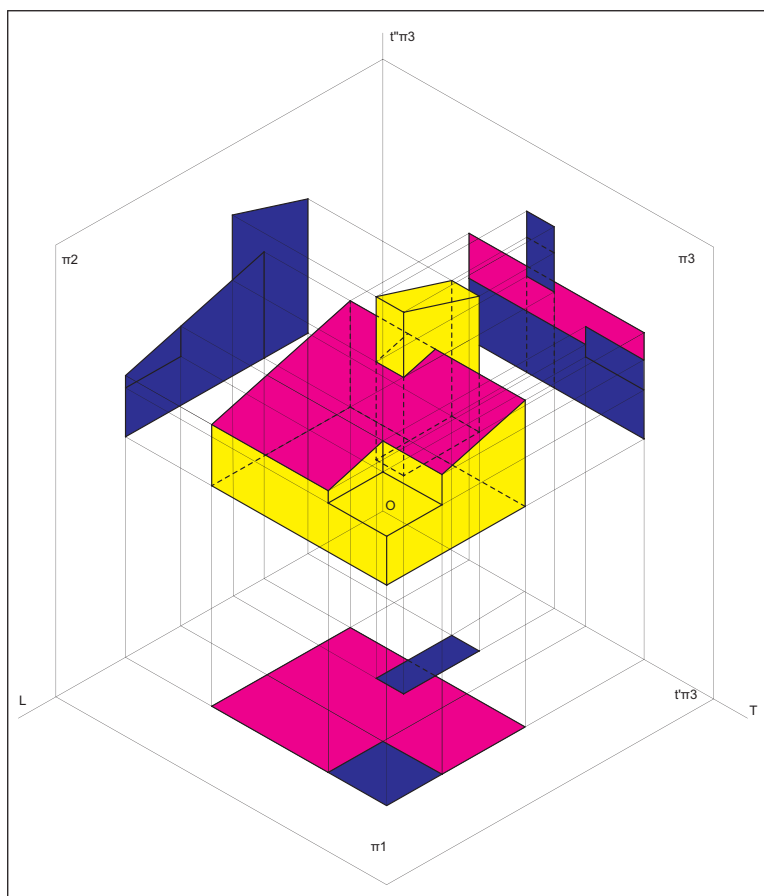
due, detto laterale e denominato **P.L.** o π_3 , si forma il cosiddetto **triedro fondamentale** [Fig. 10.1]. Anche i tre piani che lo compongono sono detti fondamentali. Le linee di intersezione dei tre piani fondamentali sono chiamate assi fondamentali; questi vengono indicati dalle lettere **x** (quello orizzontale, la **L.T.**), **z** (quello verticale) e **y** (quello laterale).

→ Fig. 10.1
Il triedro fondamentale.



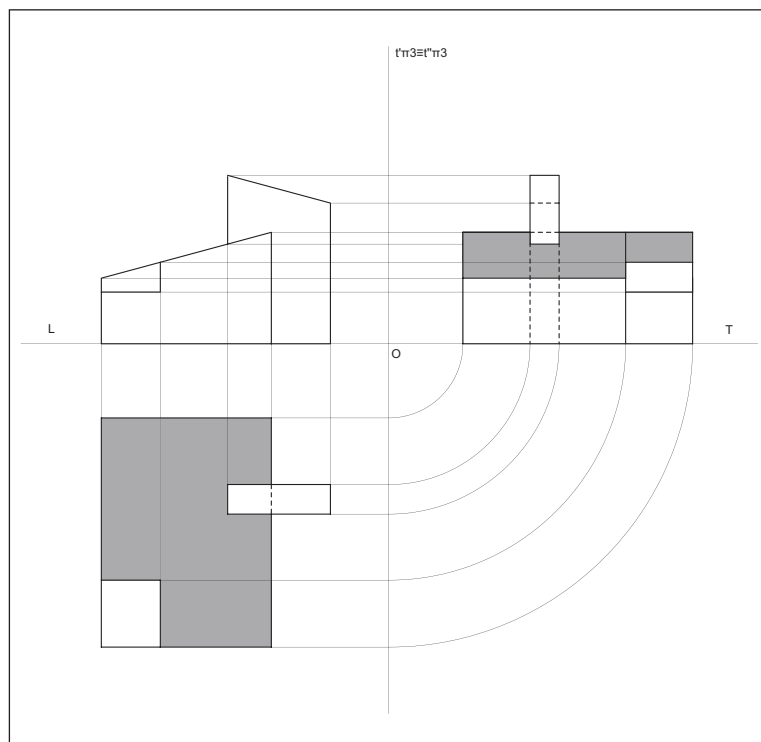
→ Fig. 10.2
Sistema di proiezione ortogonale di una circonferenza sui piani di un diedro fondamentale.





← Fig. 10.3
Sistema di proiezione ortogonale
di un edificio schematizzato sui
piani di un triedro fondamentale.

↓ Fig. 10.4
Proiezione ortogonale
di un edificio schematizzato.



(**terza proiezione**). La prima proiezione è generalmente denominata “**pianta**”, la seconda e la terza sono gli “**alzati**”. Nel caso di un disegno architettonico è l’edificio, intero o sezionato, a essere proiettato sui tre piani del triedro fondamentale [Figg. 10.3-10.4]. Nella progettazione esecutiva, la proiezione

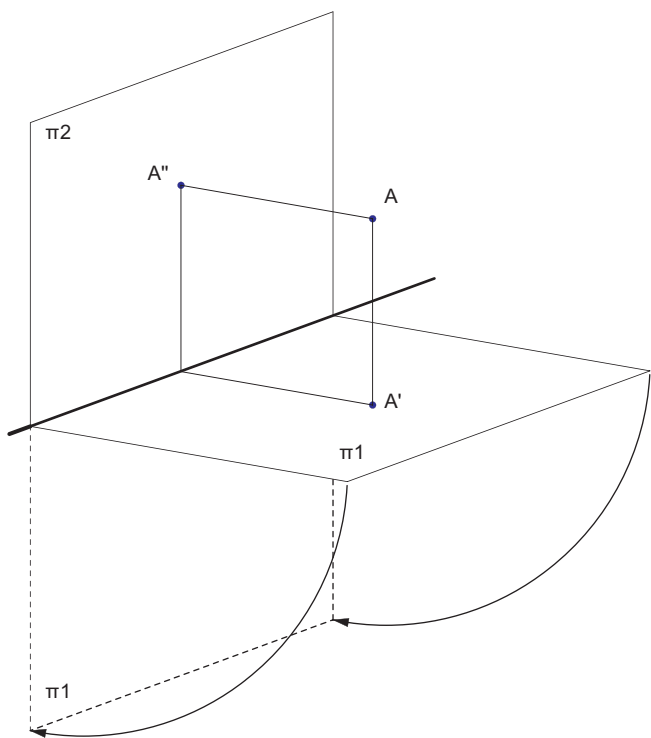
ortogonale è il metodo più usato fra quelli della geometria descrittiva, perché **consente di ricavare direttamente dalla rappresentazione le misure dell’oggetto** (architettonico o di design) da realizzare.

3 Proiezioni ortogonali di punti

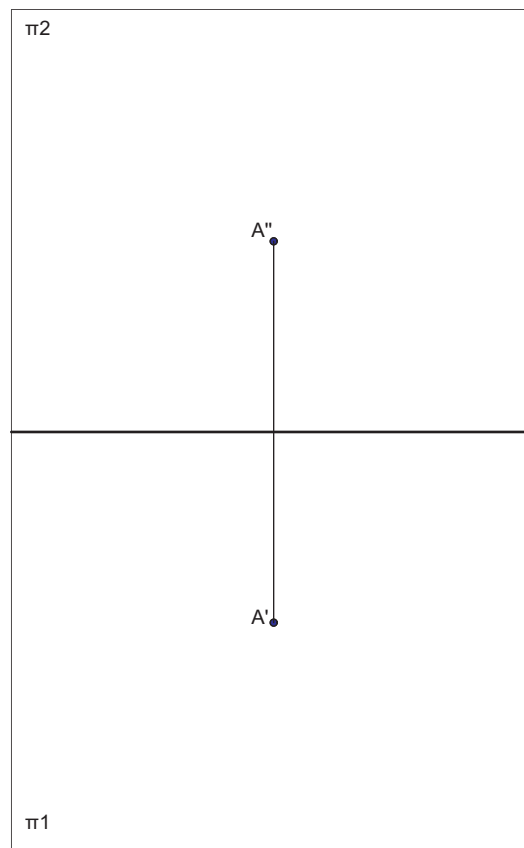
Sia dato il punto **A** nello spazio del diedro o del triedro fondamentale: di esso si possono trovare due o tre proiezioni, una per ogni piano [Fig. 10.5]. Attenzione: il **punto oggettivo** e le sue **proiezioni sui piani** sono entità distinte, giacché le proiezioni sono, per così dire, le immagini del punto sui piani; per questo non si possono chiamare allo stesso modo. Si è soliti nominare le proiezioni con la medesima lettera del punto ma integrata da uno o più esponenti, detti apici, che indicano su quale piano si trova ogni singola proiezione. Quindi, le proiezioni di **A** saranno: **A'** (A primo) su π_1 , **A''** (A secondo) su π_2 e **A'''** (A terzo) su π_3 . La Fig. 10.5a mostra come avvengono le proiezioni di **A** sui due

piani distinti del diedro fondamentale. Siccome, però, il metodo di Monge prevede che gli elementi da proiettare siano disegnati sullo stesso foglio, si deve ribaltare idealmente π_1 su π_2 ; nella Fig. 10.5b, quindi, le due proiezioni (orizzontale e verticale) si troveranno su un unico piano, coincidente con il foglio da disegno. Ovviamente, nella pratica si disegna direttamente in proiezione ortogonale: individuata la proiezione **A'** su π_1 si traccia una retta perpendicolare alla **L.T.** (detta **retta di richiamo**) e su questa si individua la proiezione **A''** su π_2 . La Fig. 10.6 mostra alcuni casi particolari, con **A** che si trova su π_1 , **A** che si trova sulla **L.T.** e **A** che si trova su π_2 .

a)



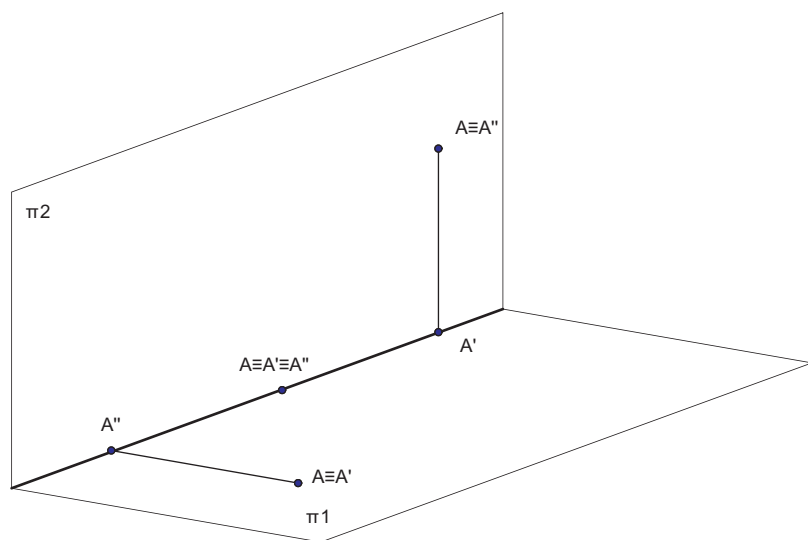
b)



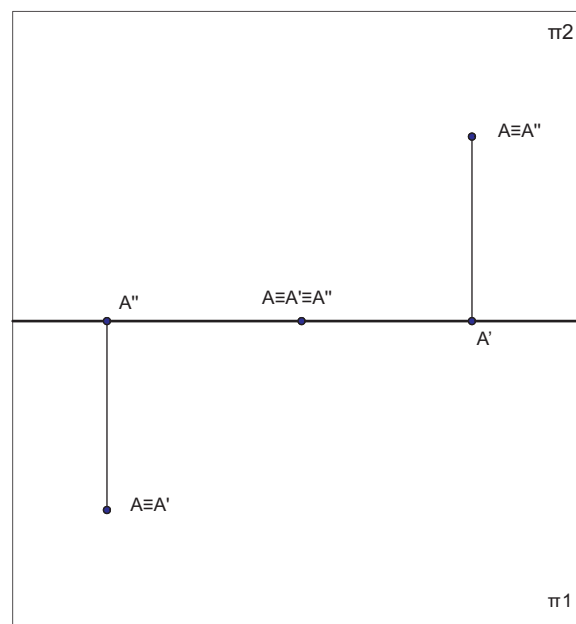
↑ Fig. 10.5

↓ Fig. 10.6

a)



b)

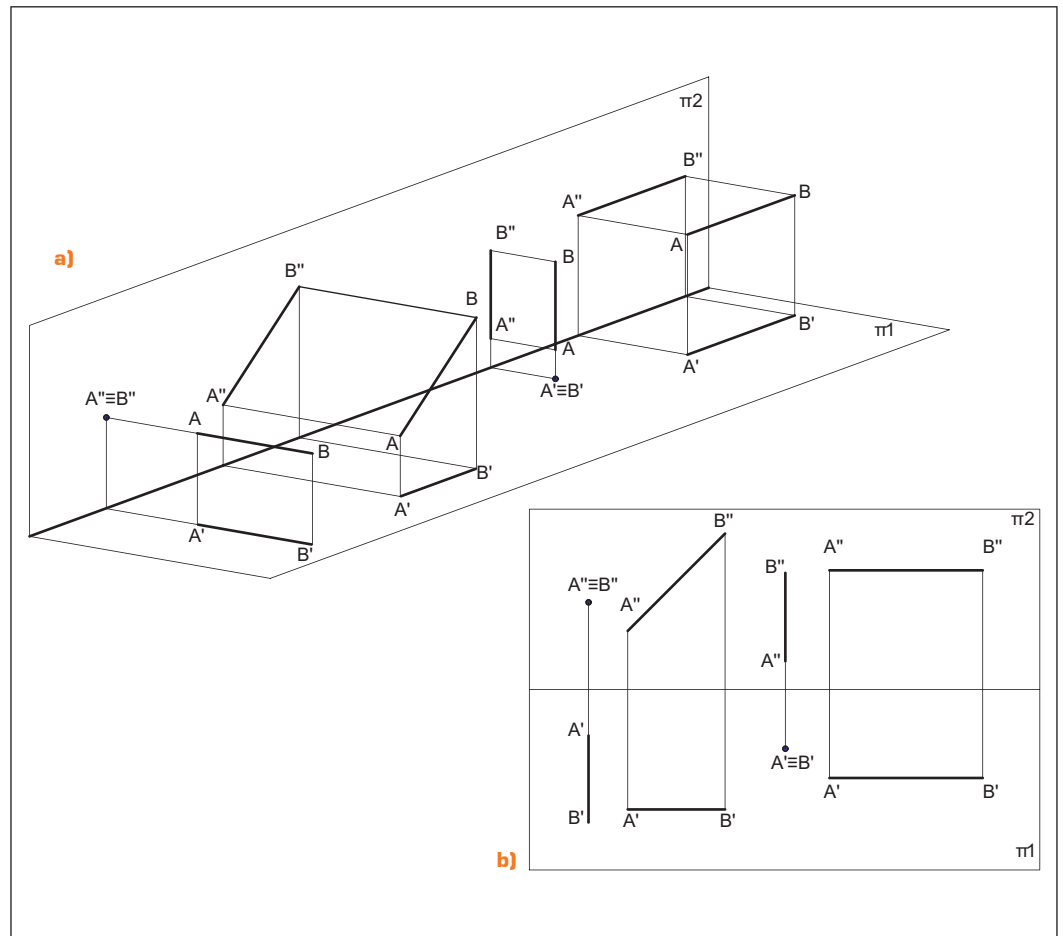


4 Proiezioni ortogonali di segmenti

Per **proiettare un segmento** è sufficiente proiettare i suoi estremi. Se il segmento è parallelo a un piano fondamentale, la sua proiezione su quel piano mantiene la medesima lunghezza ed è detta, pertanto, “**in vera grandezza**”.

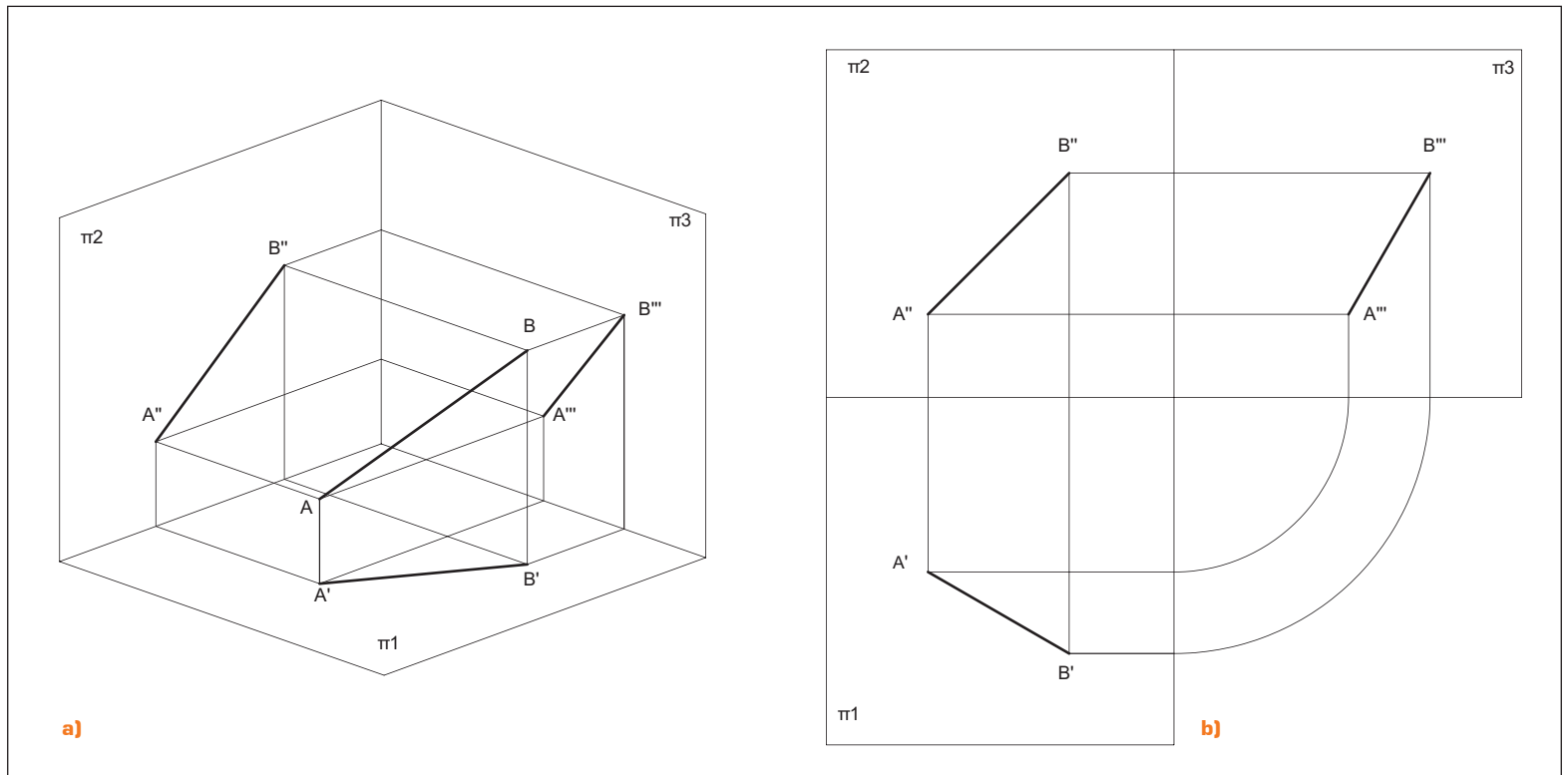
La **Fig. 10.7** presenta alcuni casi nel diedro fondamentale. Nel primo caso, il segmento \overline{AB} è parallelo a π_1 e perpendicolare a π_2 ; pertanto, su π_1 la proiezione sarà in vera grandezza mentre su π_2 si ridurrà a un solo punto, giacché, su questo piano, le proiezioni degli estremi risultano **coincidenti** ($A'' \equiv B''$). In geometria, si dicono coincidenti due o più figure perfettamente sovrapponibili in ogni loro punto. Nel secondo caso, \overline{AB} è parallelo a π_2 ma non a π_1 ; ne conseguirà che la sua proiezione sarà in vera grandezza su π_2 , mentre su π_1 risulterà di misura ridotta.

Nella **Fig. 10.8** è presentato l'esempio di un segmento non parallelo ad alcuno dei tre piani del triedro fondamentale; nessuna delle sue proiezioni sarà in vera grandezza.



↑ **Fig. 10.7**

↓ **Fig. 10.8**



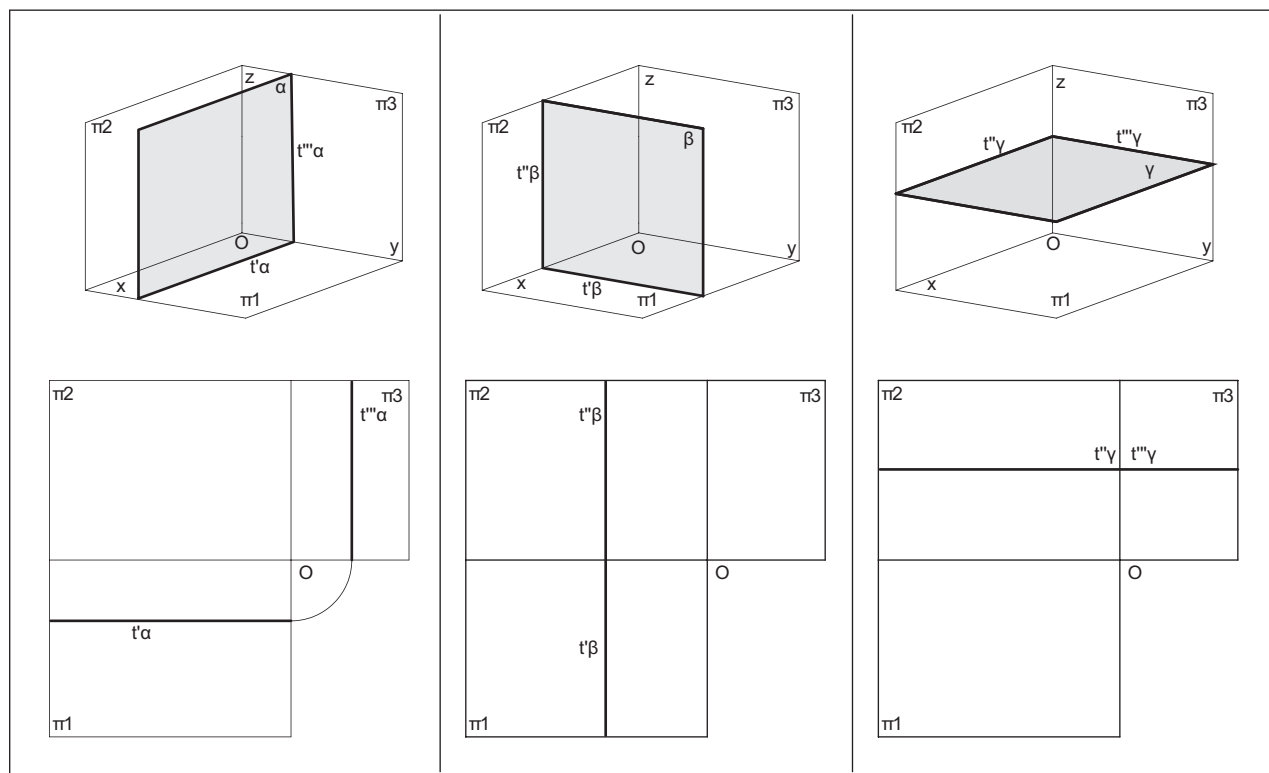
5 Proiezioni ortogonali di piani

L'intersezione di due piani genera una retta che è detta **traccia**. In proiezione ortogonale, la rappresentazione di un piano diverso da quelli fondamentali avviene attraverso le sue tracce, ossia le rette di intersezione fra questo e i piani fondamentali. Le indicheremo, se il piano è α , con $t'\alpha$, $t''\alpha$ e $t'''\alpha$. Infatti, le tracce sono rette oggettive appartenenti ai piani di proiezione, che coincidono con tutte le proiezioni ortogonali delle rette che giacciono su quei piani. Tuttavia, è facile trovare, nei testi, le tracce indicate con la simbologia $t1\alpha$, $t2\alpha$ e $t3\alpha$.

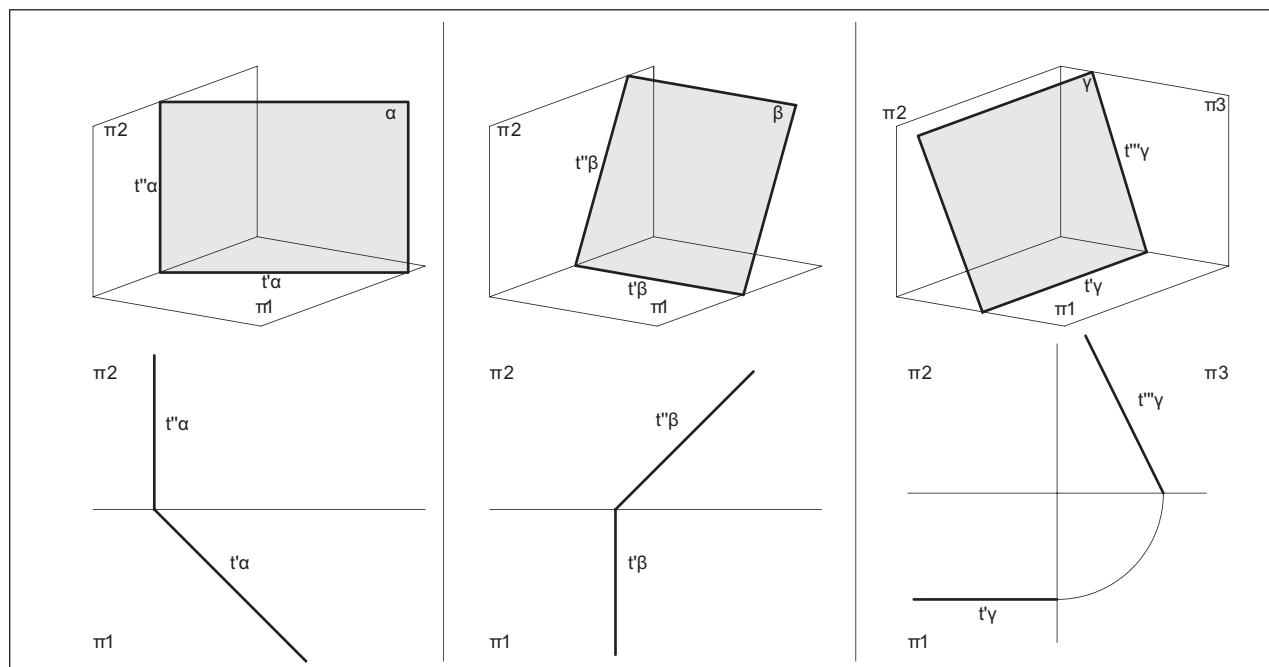
La Fig. 10.9 mostra tre esempi, con un piano α perpendicolare a π_1 e a π_3 e parallelo a π_2 , un piano β perpendicolare a π_1 e a π_2 e parallelo a π_3 , infine un piano γ perpendicolare a π_2 e a π_3 e parallelo a π_1 .

Nella Fig. 10.10, invece, il piano α è perpendicolare a π_1 e inclinato rispetto a π_2 , il piano β è perpendicolare a π_2 e inclinato rispetto a π_1 mentre il piano γ è perpendicolare a π_3 e inclinato rispetto a π_1 e a π_2 .

→ Fig. 10.9



→ Fig. 10.10

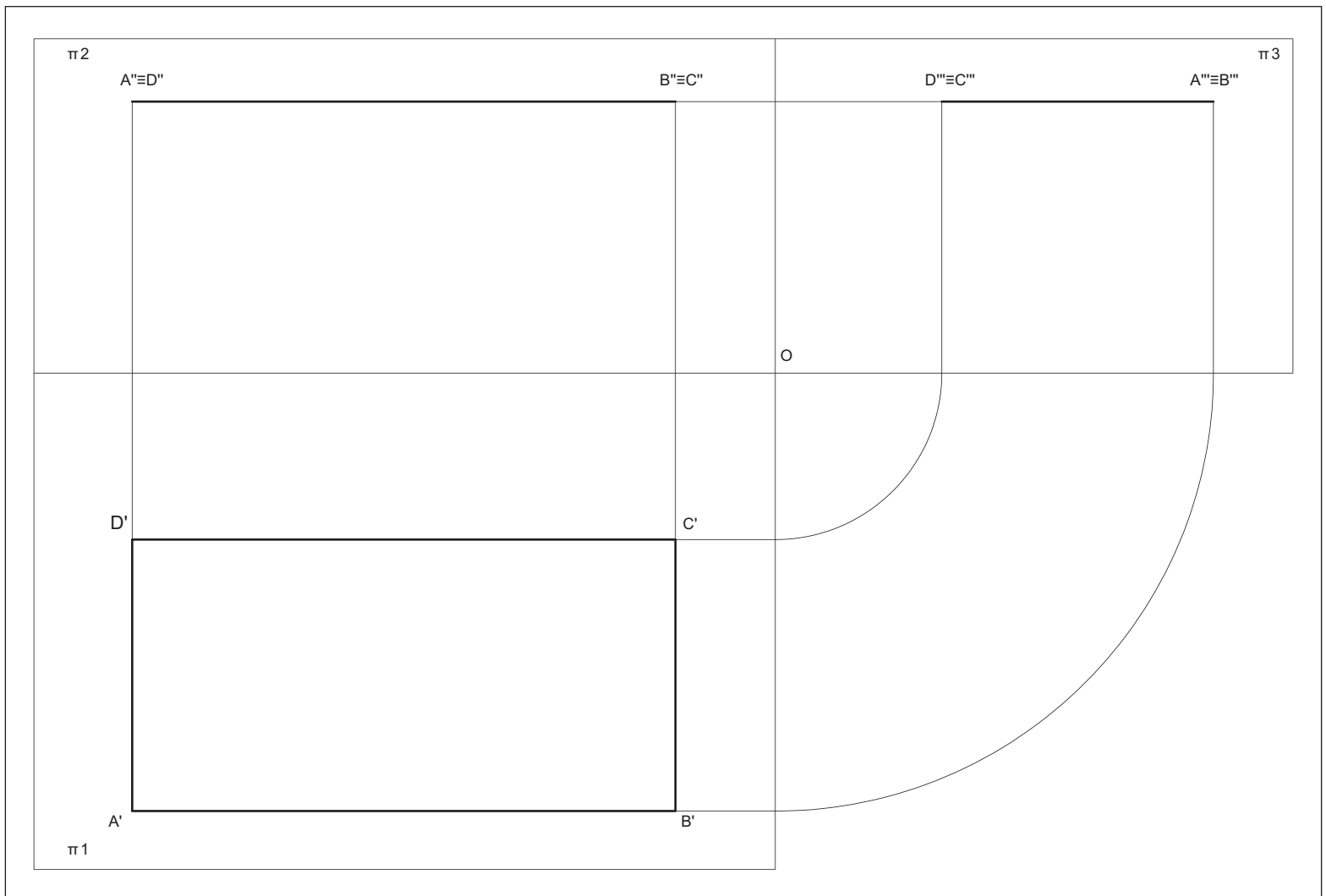


6 Proiezione ortogonale di un rettangolo

Per realizzare la proiezione di un rettangolo **[Fig. 10.11]**, iniziare dividendo il foglio in 4 settori, con due segmenti perpendicolari che si incontrano in **O** individuando i tre assi del triedro fondamentale aperto: l'asse orizzontale **x** a sinistra (**L.T.**), l'asse verticale **z** in alto, l'asse verticale **y** in basso che si considera ribaltato in quello orizzontale a destra. Il settore in basso a sinistra è il piano di proiezione orizzontale π_1 (**P.O.**), quello in alto a sinistra è il piano di proiezione verticale π_2 (**P.V.**), quello in alto a destra è il piano di proiezione laterale π_3 (**P.L.**). Disegnare la proiezione di un rettangolo **ABCD** parallelo a π_1 . Si sa che la sua proiezione su questo piano sarà in vera grandezza. Su π_2 e su π_3 , invece, la proiezione si ridurrà a un semplice segmento, essendo il rettangolo una figura piana e quindi priva di spessore. La proiezione **A'B'C'D'** dev'essere, insomma, nelle misure corrispondenti a quelle del rettangolo oggettivo. Per proiettare su π_2 , si tracciano da ogni vertice del rettangolo su π_1 le rette di richiamo, perpendicolari alla **L.T.** (asse **x**), sino all'altezza

voluta e si congiungono con un segmento orizzontale, che è la seconda proiezione del rettangolo. Si osservi che, su π_2 , i lati **AB** e **CD** del rettangolo, ad esso paralleli, vengono proiettati in vera grandezza e sono coincidenti, mentre **AD** e **BC**, che invece sono perpendicolari, si riducono ciascuno a due punti coincidenti. Sarà dunque **A''≡D''** e **B''≡C''**. Per ottenere la terza proiezione, si tracciano dalla seconda proiezione una retta di richiamo parallela alla **L.T.** e dai vertici della prima proiezione altre due rette di richiamo, anch'esse parallele alla **L.T.** Queste ultime incontreranno l'asse **y**; si ribaltano questi punti con il compasso puntato in **O** e si tracciano due nuove rette di richiamo, questa volta parallele a **z**, ottenendo la terza proiezione del rettangolo. In alternativa al compasso, si possono tracciare linee inclinate di 45° . Su π_3 saranno **D'''≡C'''** e **A'''≡B'''**. Gli assi, le eventuali linee di costruzione della figura di partenza e le rette di richiamo si disegnano sempre continue e sottili; invece i contorni delle figure proiettate vanno marcati con linee più spesse.

↓ Fig. 10.11

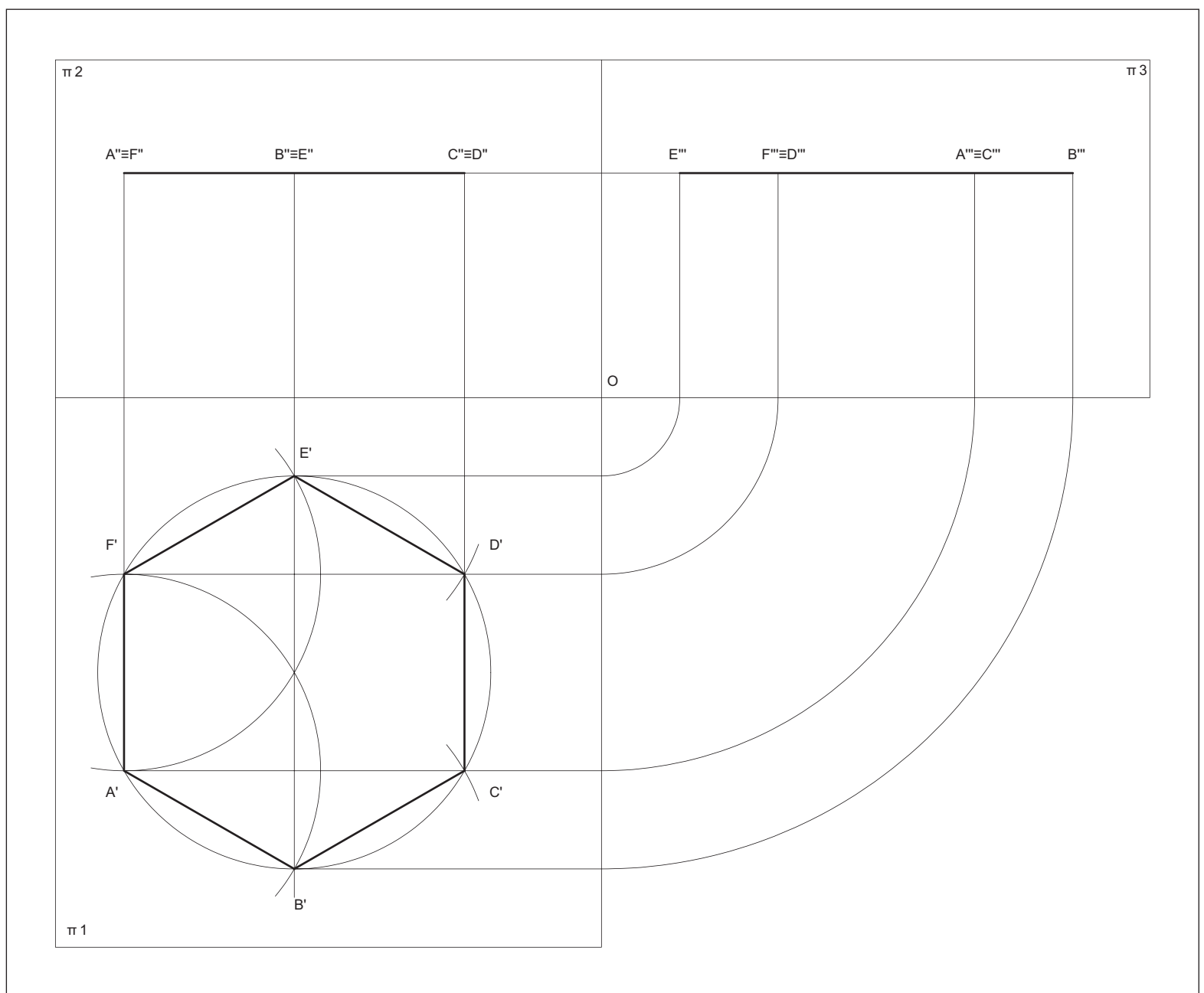


7 Proiezione ortogonale di un esagono

Disegnare la proiezione ortogonale di un esagono regolare parallelo a π_1 [Fig. 10.12]. Il caso è analogo al precedente. La prima proiezione sarà in vera grandezza, quindi si può costruire direttamente l'esagono [Figg. 5.3-5.4] su π_1 nominandolo $A'B'C'D'E'F'$. Si tracciano da ogni vertice dell'esagono le rette di richiamo perpendicolari alla

L.T. sino all'altezza voluta e si congiungono. Si osservi che il lato \overline{AF} si riduce a due punti coincidenti, essendo perpendicolare a π_2 , e così anche il lato \overline{CD} . Gli altri lati risultano coincidenti a due a due ma non si vedono in vera grandezza poiché non sono paralleli a π_2 . Si procede alla proiezione su π_3 .

↓ Fig. 10.12

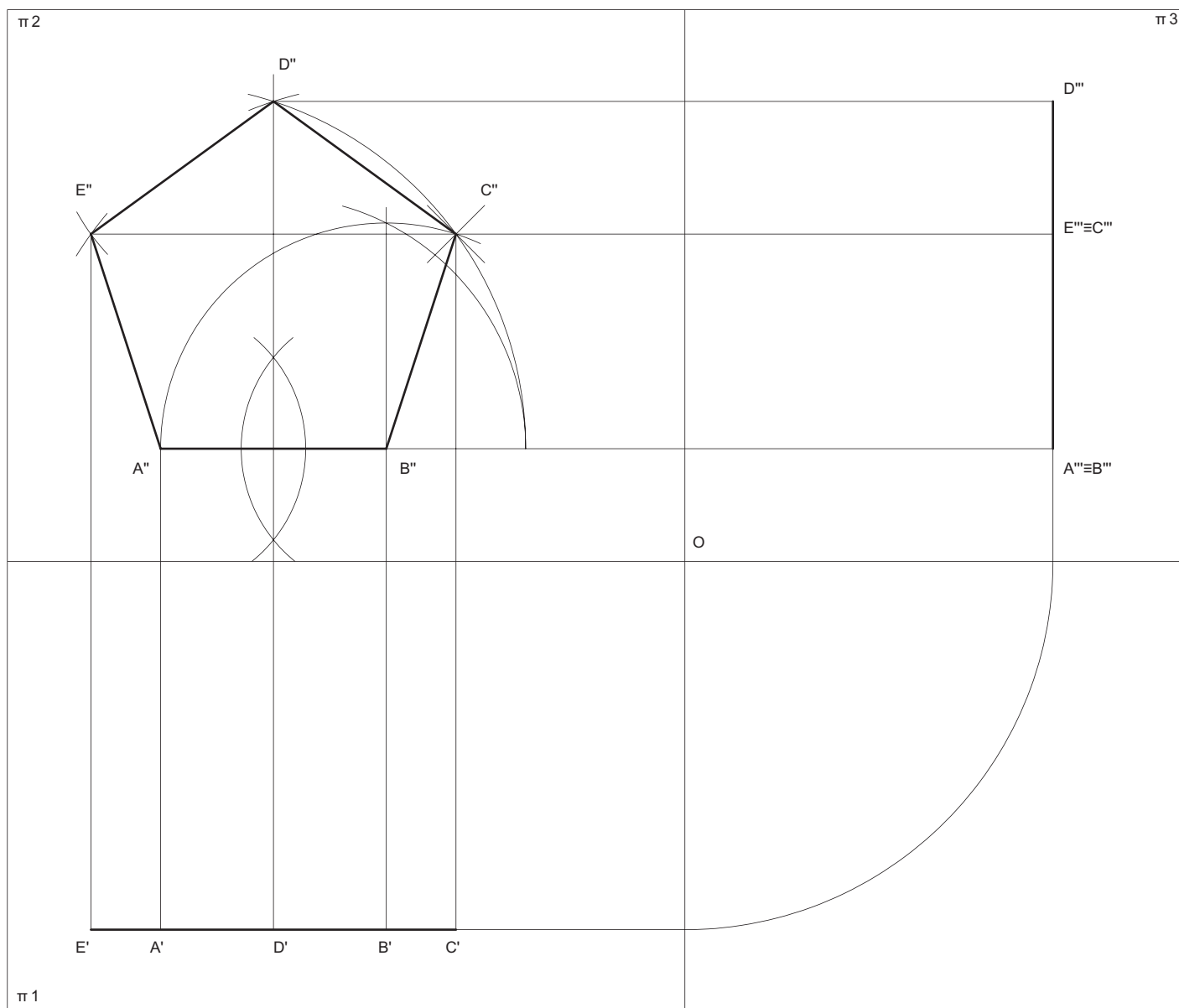


8 Proiezione ortogonale di un pentagono

Disegnare la proiezione ortogonale di un pentagono regolare parallelo a π_2 [Fig. 10.13]. La seconda proiezione sarà in vera grandezza, quindi si può costruire direttamente il pentagono [Fig. 5.2] su π_2 nominandolo $A''B''C''D''E''$. Si tracciano da ogni vertice del pentagono le rette di richiamo

perpendicolari alla **L.T.** sino alla distanza voluta e si congiungono. Si osservi che qui solo il lato \overline{AB} sarà proiettato in vera grandezza, essendo parallelo a π_1 , mentre altri lati no. Si procede alla proiezione su π_3 .

↓ Fig. 10.13

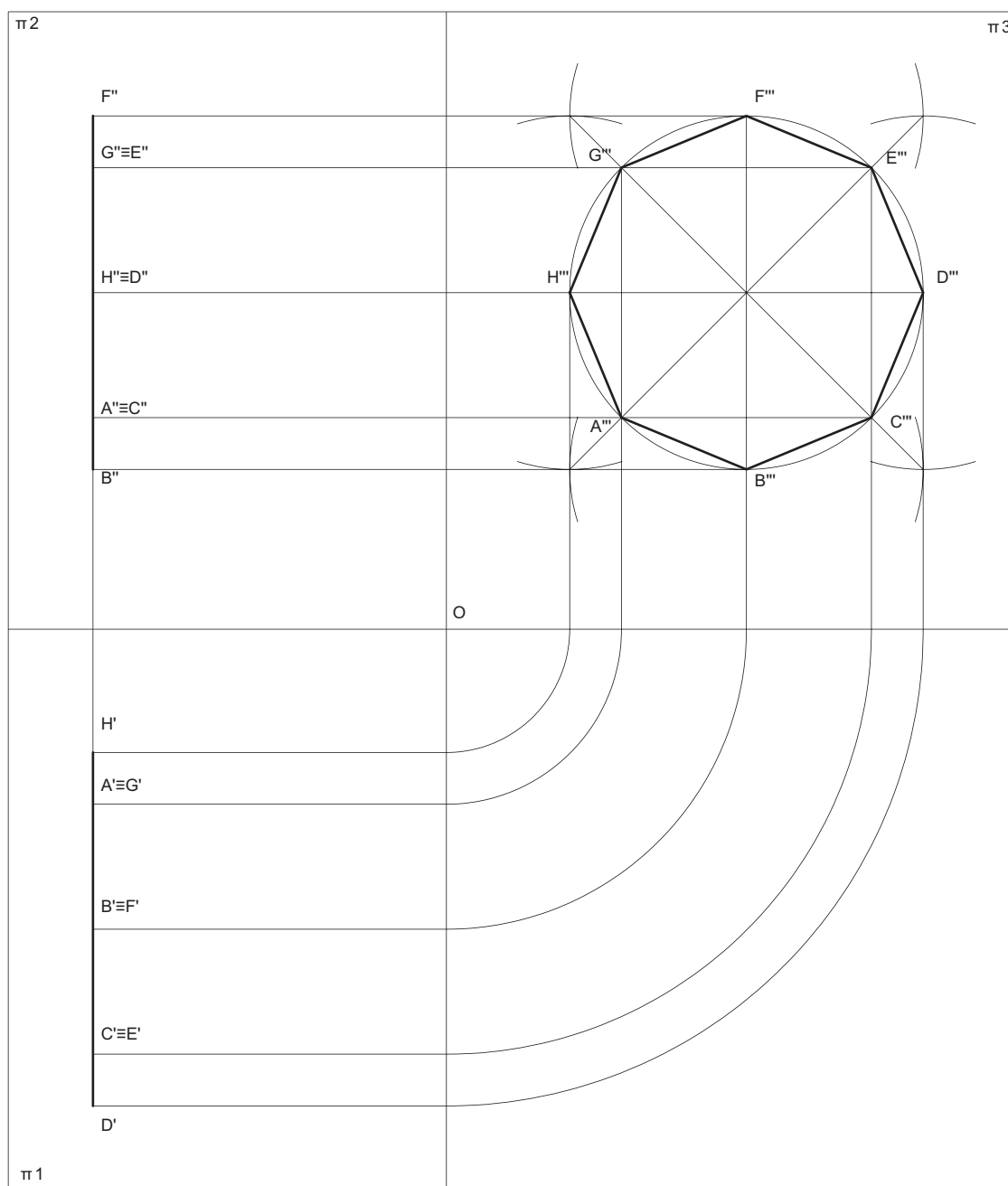


9 Proiezione ortogonale di un ottagono

Disegnare la proiezione ortogonale di un ottagono regolare [Fig. 5.5] parallelo a π_3 [Fig. 10.14]. La terza proiezione sarà in vera grandezza, quindi si può costruire direttamente l'ottagono su π_3 nominandolo $A'''B'''C'''D'''E'''F'''G'''H'''$. Si tracciano da ogni vertice dell'ottagono le rette di richiamo

perpendicolari all'asse z (e parallele alla **L.T.**) sino alla distanza voluta e si congiungono. Si osservi che in questo caso, essendo la costruzione dell'ottagono data la circonferenza, nessun lato sarà proiettato su π_2 in vera grandezza, non essendo ad esso parallelo. Si procede alla proiezione su π_1 .

↓ Fig. 10.14

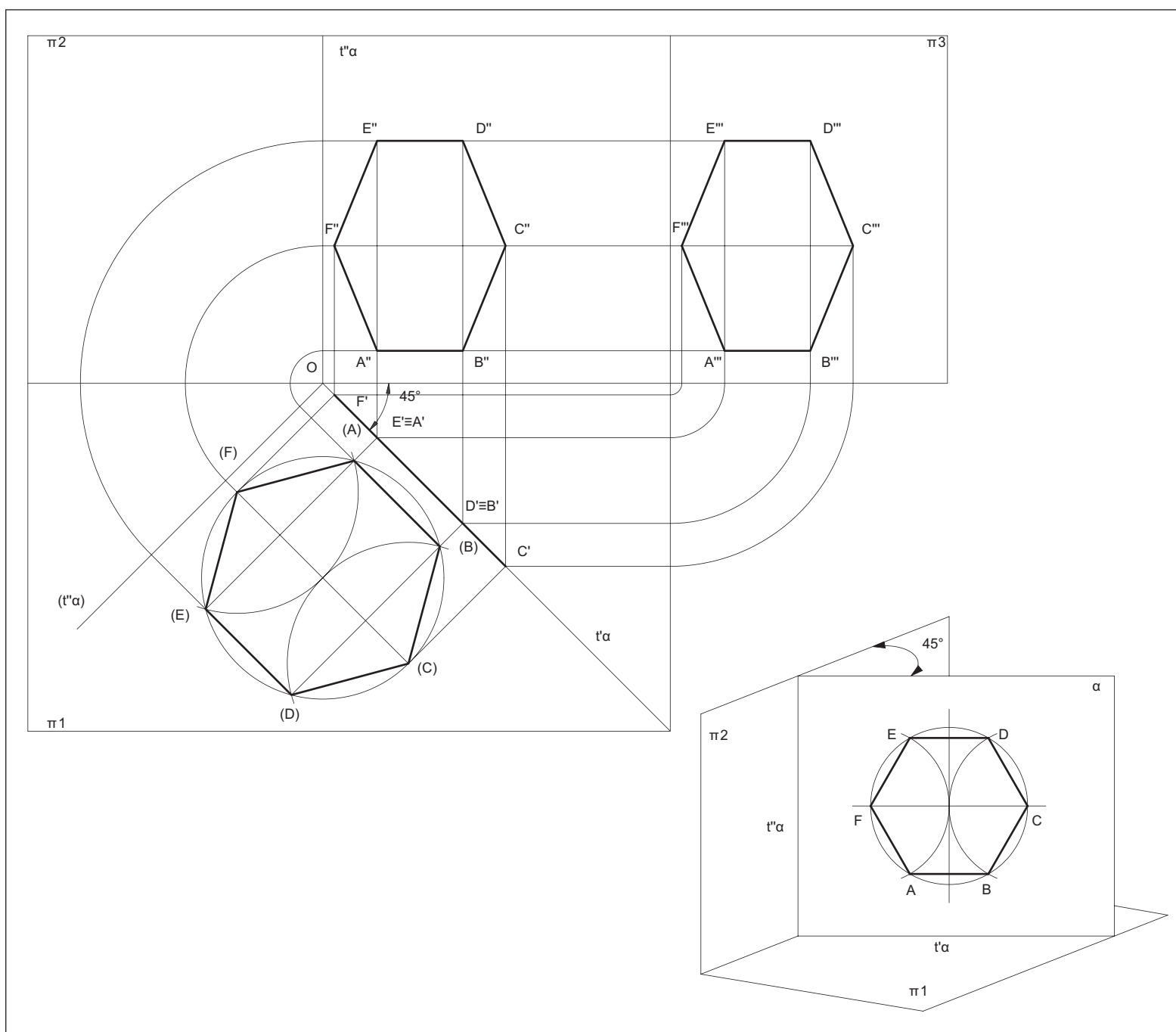


10 Proiezione ortogonale di un esagono su un piano inclinato

Disegnare la proiezione di un esagono che appartiene a un piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 45° rispetto a π_2 [Fig. 10.15]. Ovviamente, si potrà scegliere un qualunque altro angolo, compreso fra 0° e 90° . In questo caso, la prima proiezione sarà necessariamente un segmento mentre le altre due proiezioni non potranno essere disegnate in vera grandezza, in quanto l'esagono non è parallelo ad alcun piano, e risulteranno deformate. Sarà dunque necessario ribaltare α su π_1 , in modo da poter vedere la figura in vera grandezza. Si procede in questo modo. Tracciare la $t'\alpha$, inclinata di 45° rispetto la **L.T.**, e la $t''\alpha$, perpendicolare alla **L.T.**

Dall'incontro delle due tracce sulla **L.T.** tracciare la perpendicolare alla $t'\alpha$, che viene denominata $(t''\alpha)$, cioè traccia seconda di α ribaltata. Adesso, sul piano (α) , cioè α ribaltato, si può disegnare l'esagono che, si badi, non è una proiezione della figura oggettiva ma il suo ribaltamento. Quindi le sue lettere non hanno gli apici ma si mettono tutte tra parentesi (simbolo di ribaltamento). Dall'esagono ribaltato si può procedere, attraverso le rette di richiamo, con la proiezione, prima sulla $t'\alpha$ e poi sugli altri due piani fondamentali, servendosi anche della $(t''\alpha)$ e della $t''\alpha$, secondo l'esempio riportato nella Fig. 10.15.

↓ Fig. 10.15

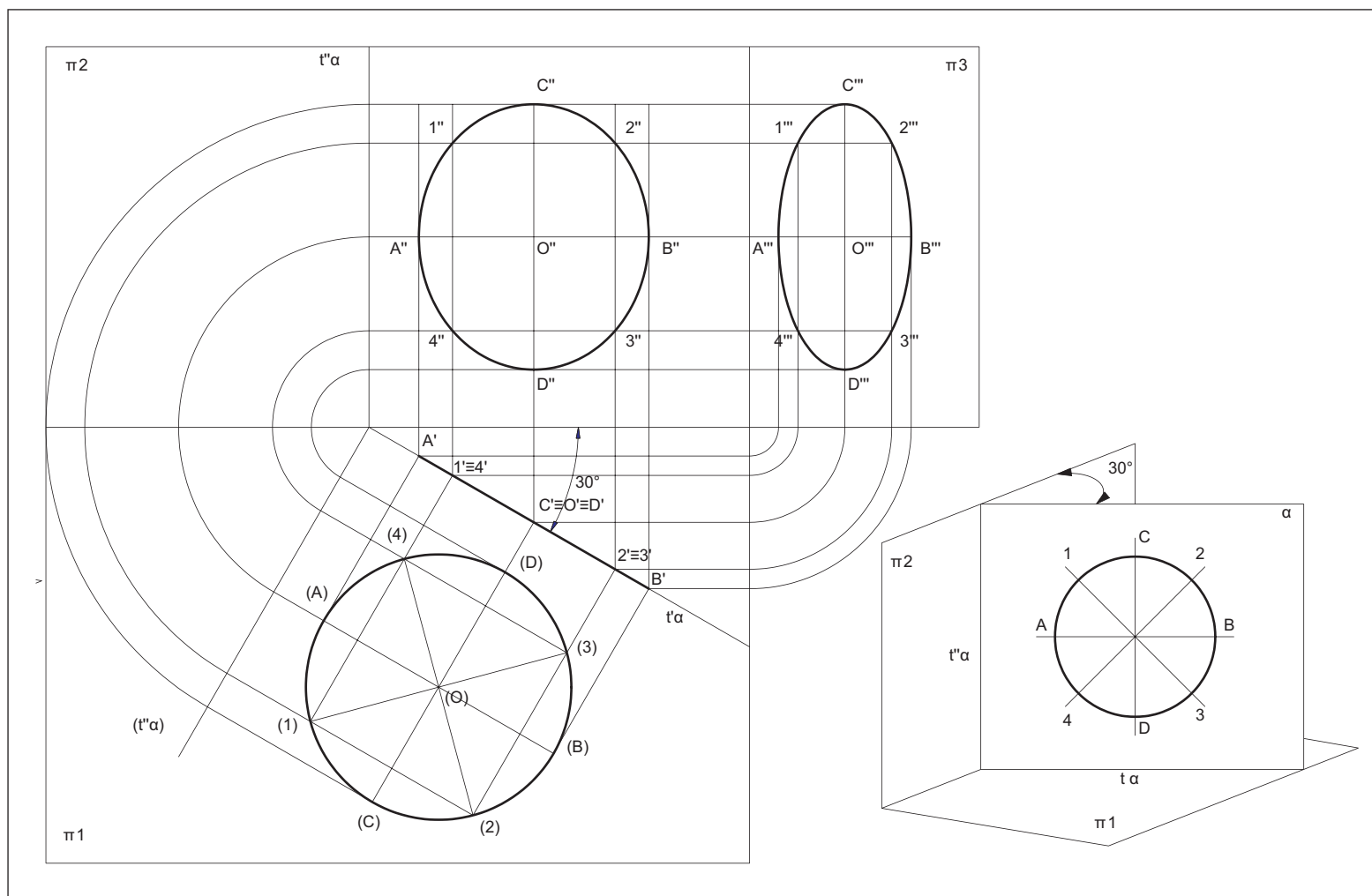


11 Proiezione ortogonale di una circonferenza su un piano inclinato

Per la proiezione di una circonferenza su un piano inclinato [Fig. 10.16] si procede come nel caso della Fig. 10.15. Su (α) si disegna la circonferenza nella quale si tracciano almeno 4 diametri (i due assi e le bisettrici), i cui estremi si riportano poi, in proiezione, sui tre piani fondamentali. Su π_2

e π_3 si dovranno unire questi punti in modo da disegnare due ellissi, magari usando un curvilineo. Se nella circonferenza ribaltata si individueranno più punti da proiettare, attraverso il tracciamento di altri diametri, il disegno delle ellissi risulterà agevolato.

↓ Fig. 10.16

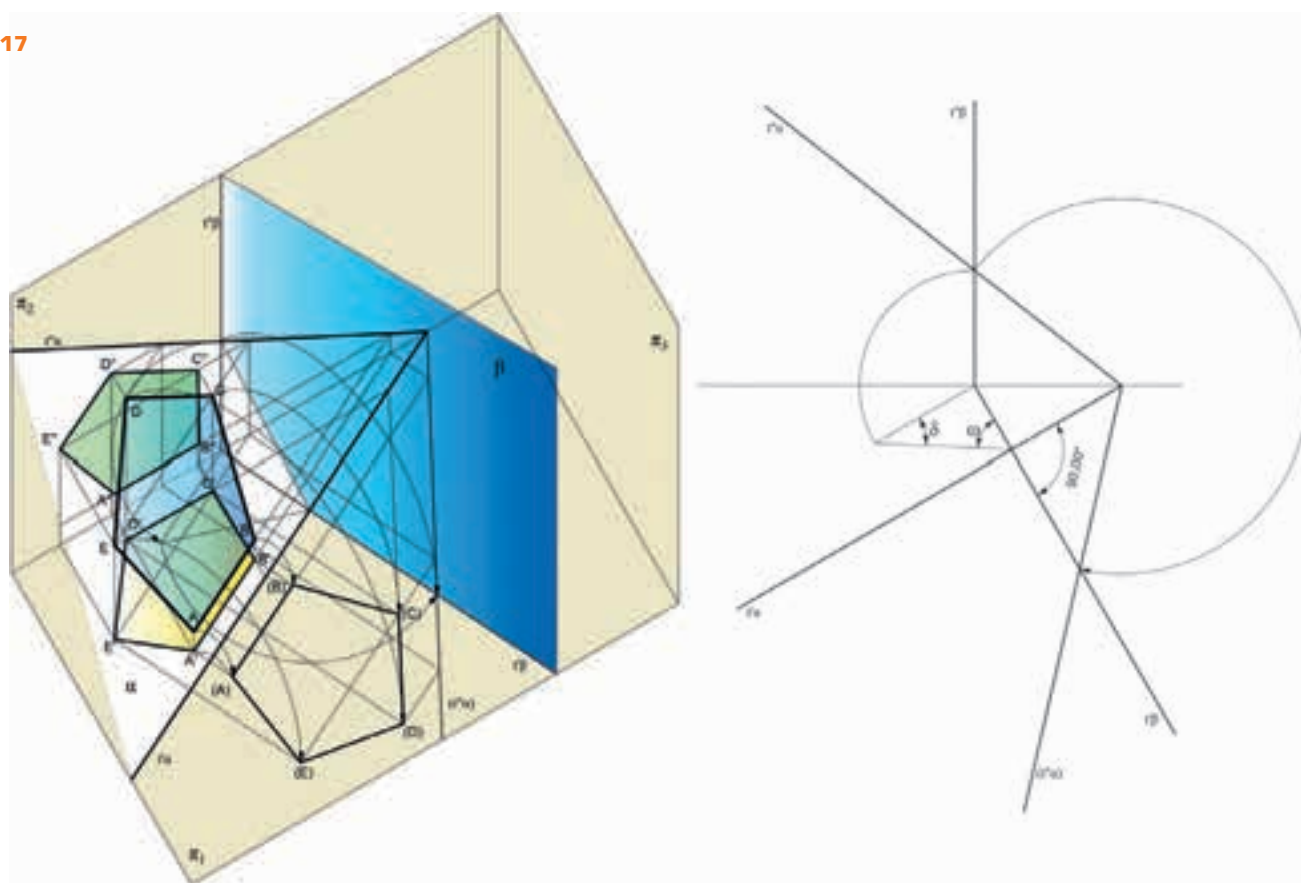


12 Proiezione ortogonale di una figura piana appartenente a un piano generico

Col termine piano generico si intende un piano inclinato secondo angoli di qualsiasi ampiezza rispetto ai piani di proiezione. Chiamando α il piano generico si individuano le sue tracce su π_1 e π_2 con $t'\alpha$ e $t''\alpha$. Al fine di individuare la vera grandezza degli angoli di inclinazione del piano α con π_1 e π_2 si utilizza un piano ausiliario β , perpendicolare al piano π_1 , avente la traccia $t'\beta$ ortogonale a $t'\alpha$. Dal punto

di intersezione tra $t'\beta$ e $t''\beta$, sulla linea di terra, si traccia una semiretta ortogonale a $t'\beta$. Centrando il compasso sempre nello stesso punto si apre fino al punto di intersezione tra $t''\beta$ e $t''\alpha$, l'arco che ne deriva individua, sulla semiretta precedentemente tracciata, il ribaltamento della linea di pendenza del piano α rispetto ai piani di proiezione π_1 e π_2 , con i rispettivi angoli ω e δ .

Fig. 10.17

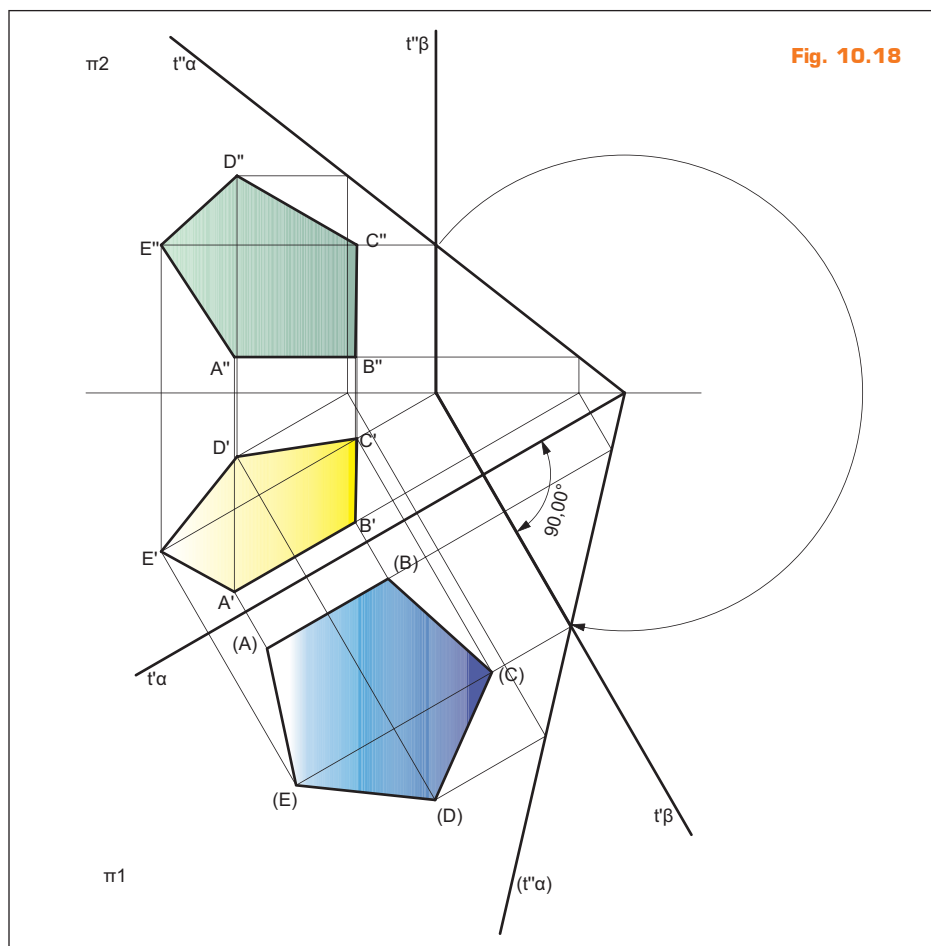


Il piano α può essere ribaltato rispetto ad una delle sue tracce sui piani di proiezione, si supponga di ribaltarlo rispetto a $t'\alpha$ su π_1 . A tale scopo, si centra il compasso nel punto di intersezione tra $t'\alpha$ e $t''\alpha$, aprendolo sino al punto di intersezione tra $t''\beta$ e $t''\alpha$; l'arco che ne deriva individua un punto su $t'\beta$ che unito con il suo centro permette di tracciare ($t''\alpha$). Ogni singolo punto appartenente al piano α può essere ribaltato ed è in corrispondenza proiettiva con le sue proiezioni omologhe su π_1 e π_2 [Fig. 10.17].

Si consideri a questo punto il pentagono $ABCDE$ giacente sul piano α [Fig. 10.18]. Partendo dalla sua immagine ribaltata si tracciano le sue proiezioni su π_1 e π_2 .

Il prolungamento del segmento individuato dai punti (A) e (B), estremi del lato di base del pentagono, intercetta ($t''\alpha$) in un punto dal quale si può far partire una semiretta parallela a $t'\beta$; dal punto di intersezione di quest'ultima con la linea di terra si traccia la parallela a $t'\alpha$. Su questa parallela le linee di proiezione dei punti (A) e (B), ortogonali a $t'\alpha$, individuano i punti A' e B' . Con procedimento analogo si individuano i restanti vertici del pentagono in prima e seconda proiezione.

Fig. 10.18



13 Proiezione ortogonale di un parallelepipedo

La proiezione ortogonale di figure solide non richiede un procedimento differente da quello delle figure piane. Bisogna tuttavia ricordare che i solidi sono dotati di tre dimensioni, quindi non solo di larghezza e profondità ma anche di altezza. Ne consegue che su tutti i piani fondamentali si proietteranno delle facce, ossia delle figure piane. Si consideri l'esempio più semplice, quello di un parallelepipedo con tutte le facce parallele ai piani di proiezione [Fig. 10.19]. Su π_1 verranno proiettate la base e la faccia superiore, che risulteranno essere due rettangoli coincidenti; su π_2 invece si troveranno le proiezioni coincidenti della faccia anteriore e di quella posteriore mentre su π_3 quelle coincidenti delle facce laterali.

Si parte disegnando un rettangolo su π_1 (ricordando che in realtà si tratta di due rettangoli coincidenti) e da questo si procede tracciando le rette di richiamo perpendicolari alla **L.T.** Sul piano verticale π_2 , si ricordi, si vedono le proiezioni delle facce frontale e posteriore: quindi, si devono tracciare due segmenti

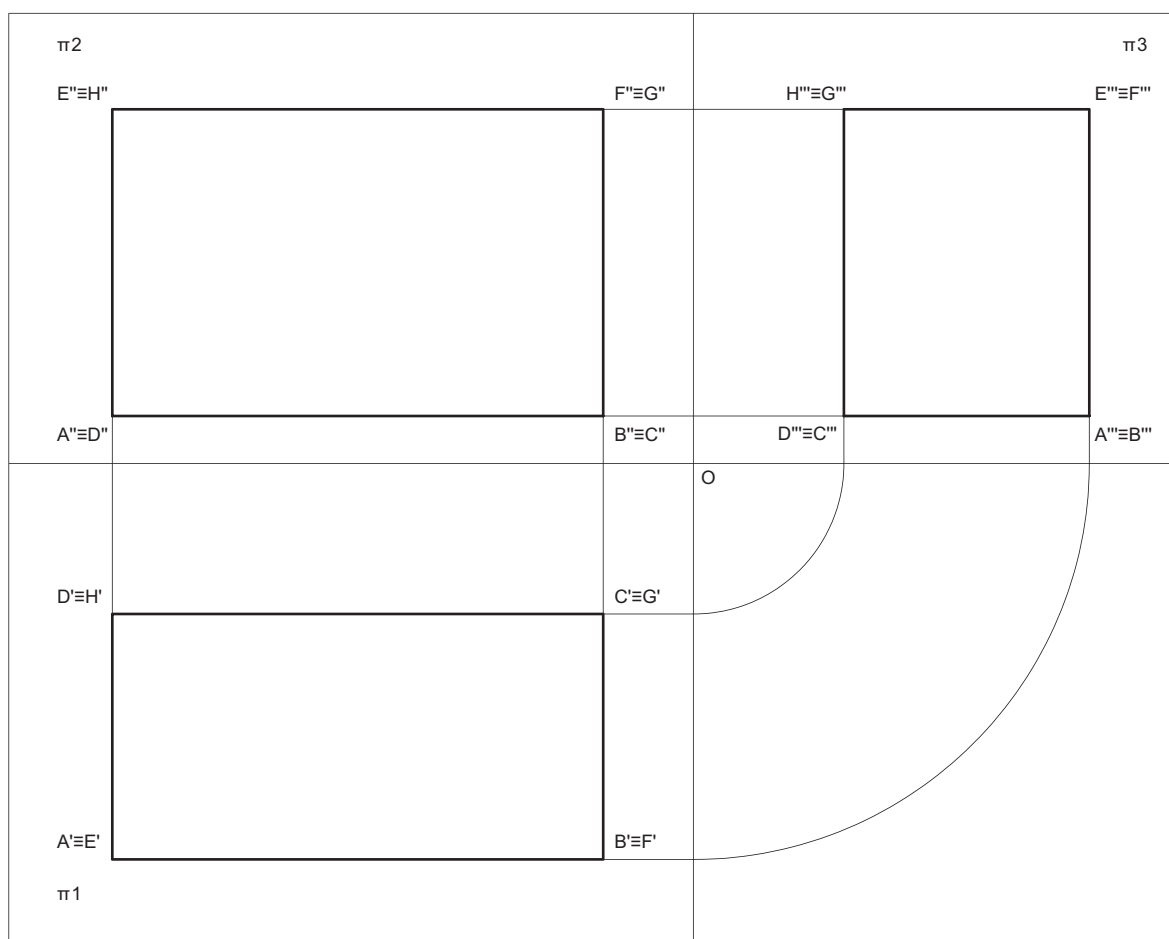
orizzontali, uno che è la seconda proiezione della base e l'altro che è la seconda proiezione della faccia superiore del solido. La loro distanza individua l'altezza del parallelepipedo. Si procede quindi a trovare la proiezione delle facce laterali su π_3 . Nel mettere le lettere, si consiglia di iniziare da quelle della base (partendo da π_1 e proseguendo negli altri due piani fondamentali) e quindi aggiungere quelle della faccia superiore (sempre per tutti i piani): questo per evitare di confondersi. Ricordarsi di marcare con un segno più spesso le figure proiettate.

Il **parallelepipedo** è un poliedro le cui facce sono 6 parallelogrammi. La faccia inferiore è detta base. Quando gli angoli della figura sono tutti retti e

troviamo un rettangolo per ogni faccia parliamo, propriamente, di **parallelepipedo rettangolo**. Se le facce sono tutte quadrate abbiamo un **cubo**.



↓ Fig. 10.19



14 Proiezione ortogonale di un prisma a base esagonale

Disegnare la proiezione ortogonale di un prisma con la base inferiore esagonale e parallela a π_1 [Fig. 10.20]. Si procede come per il parallelepipedo della Fig. 10.19. Si costruisce l'esagono su π_1 , ricordando che si tratta delle proiezioni delle due basi, inferiore e superiore, coincidenti; da questa figura, tramite le rette di richiamo, si trova la seconda proiezione del prisma, tracciando due segmenti orizzontali che sono le seconde proiezioni della base inferiore e della base superiore. La loro distanza individua l'altezza del solido. Si continua trovando la terza proiezione e si completa con le lettere. Si noti che gli spigoli laterali del prisma, paralleli a π_2 e

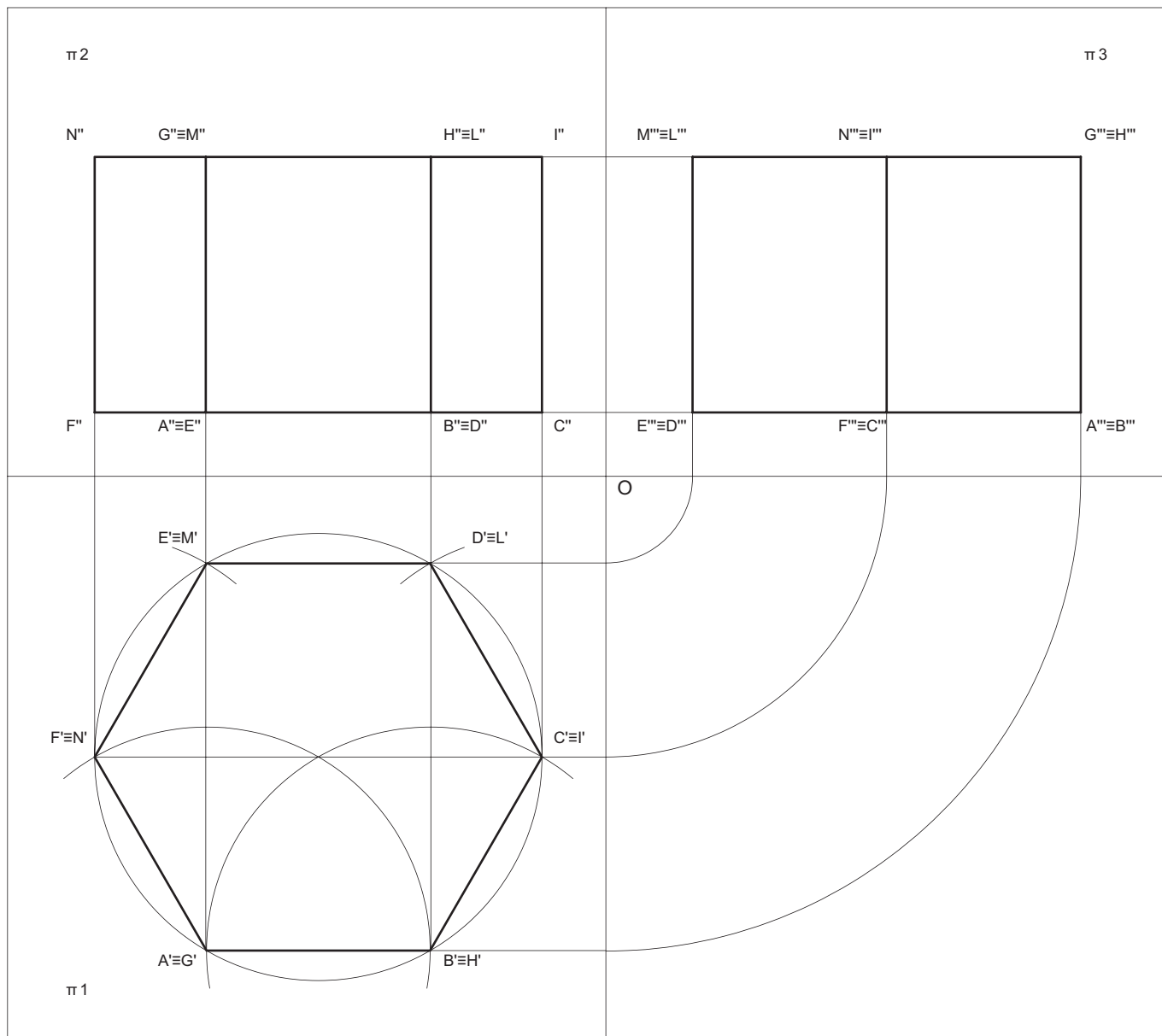
a π_3 , risultano proiettati su questi due piani in vera grandezza e alcune di queste proiezioni sono coincidenti. Ricordarsi di marcare con un segno più spesso le figure proiettate.



Il **prisma** è un poliedro le cui basi (inferiore e superiore) sono due poligoni congruenti (ossia che hanno la stessa forma e dimensioni, quindi perfettamente sovrapponibili) di n

lati, posti su piani paralleli e connessi da tanti rettangoli quanti sono i lati, chiamati facce laterali. Si può considerare il parallelepipedo come una forma particolare di prisma.

↓ Fig. 10.20

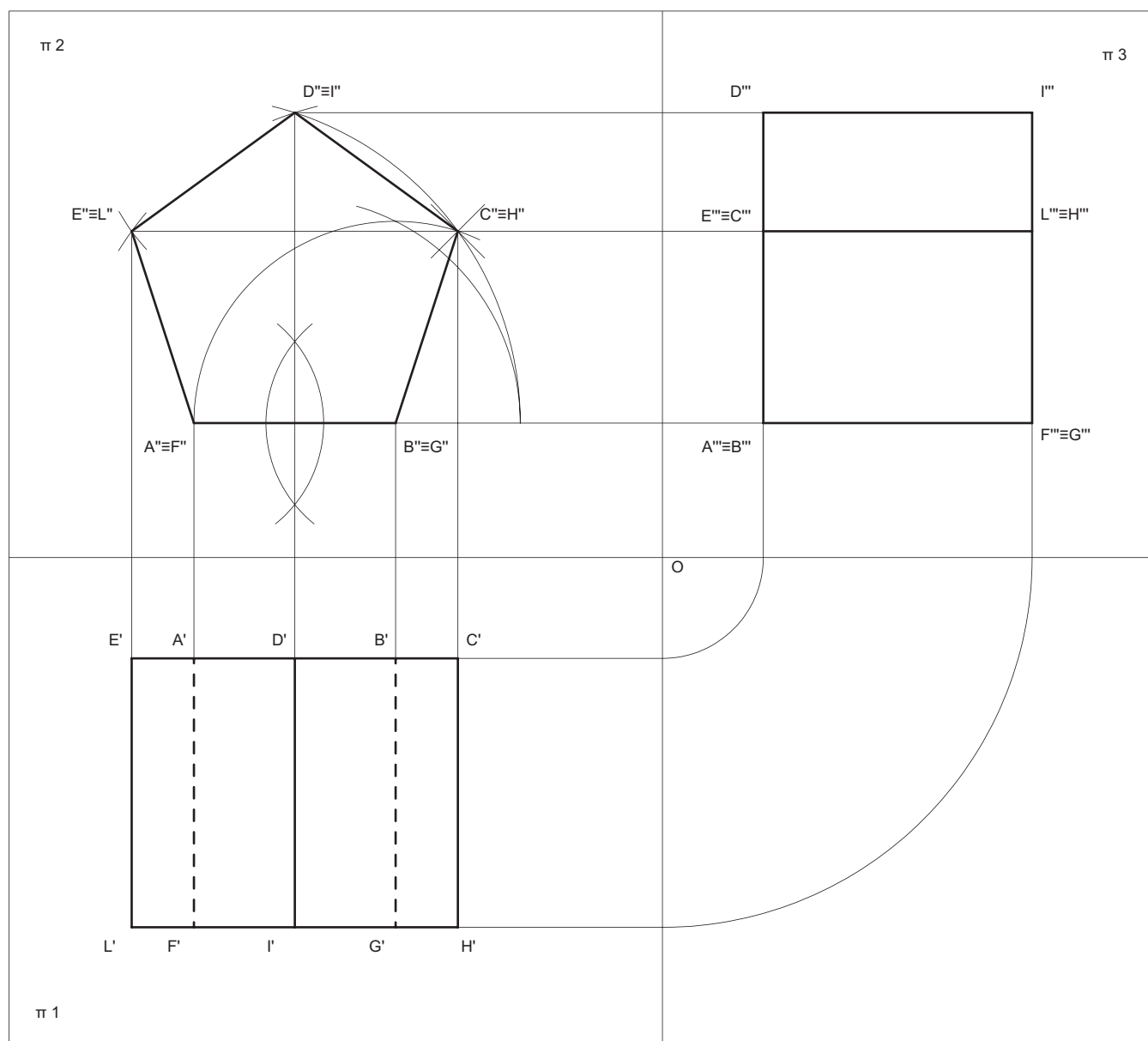


15 Proiezione ortogonale di un prisma a base pentagonale

Disegnare la proiezione ortogonale di un prisma con la base inferiore pentagonale e parallela a π_2 [Fig. 10.21]. In questo caso, è sul piano verticale che si vedono in vera grandezza le proiezioni delle basi, inferiore e superiore, coincidenti: quindi è su questo piano fondamentale che si deve costruire il pentagono. Da questa figura, tramite le rette di richiamo, si trova la prima proiezione del prisma, tracciando i due segmenti orizzontali che sono le prime proiezioni delle basi. In questo modo si stabilisce l'altezza del solido.

Gli spigoli laterali del prisma, paralleli a π_1 , si vedranno su questo piano in vera grandezza. Si continua trovando la terza proiezione e si completa con le lettere. Attenzione: su π_1 gli spigoli \overline{AF} e \overline{BG} non sono coperti da altri spigoli sovrapposti ad essi ma da due facce del prisma. Per convenzione, essi saranno disegnati tratteggiati. Ciò non succede su π_3 perché lo spigolo \overline{CH} risulta coperto dallo spigolo \overline{EL} . Ricordarsi di marcare con un segno più spesso le figure proiettate (tutti gli spigoli, anche quelli tratteggiati).

↓ Fig. 10.21

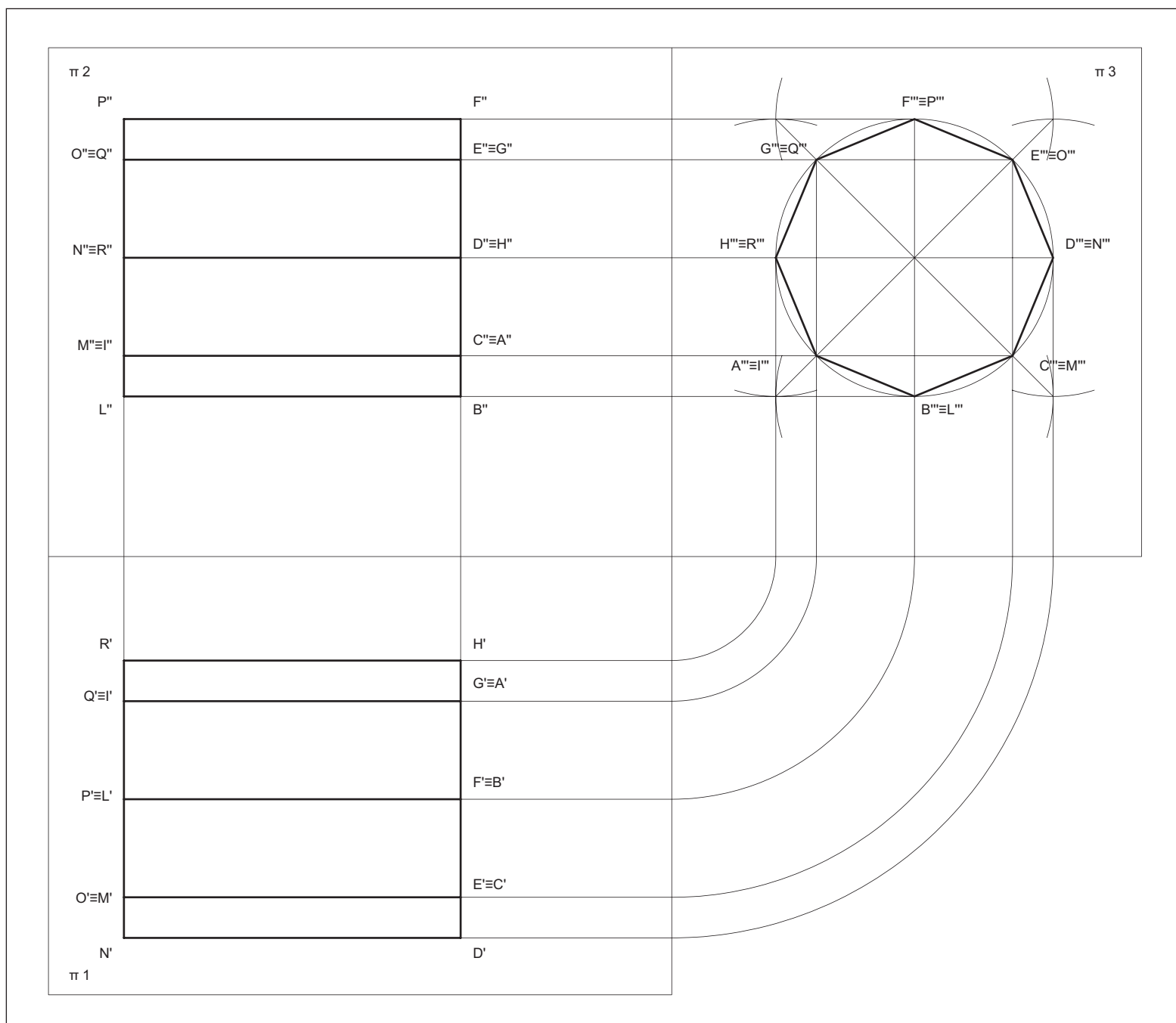


16 Proiezione ortogonale di un prisma a base ottagonale

Disegnare la proiezione ortogonale di un prisma con la base inferiore ottagonale e parallela a π_3 [Fig. 10.22]. In questo caso, è sul piano laterale che si vedono in vera grandezza le proiezioni delle basi, inferiore e superiore, coincidenti: quindi è su questo piano fondamentale che si deve costruire l'ottagono. Si procede secondo il metodo acquisito, come da

esempio della Fig. 10.22, trovando la seconda proiezione e, a seguire, la prima e quindi completando con le lettere. Si noti che gli spigoli laterali del prisma, paralleli a π_2 e a π_1 , risultano proiettati su questi due piani in vera grandezza e alcune di queste proiezioni sono coincidenti. Ricordarsi di marcare con un segno più spesso le figure proiettate.

↓ Fig. 10.22

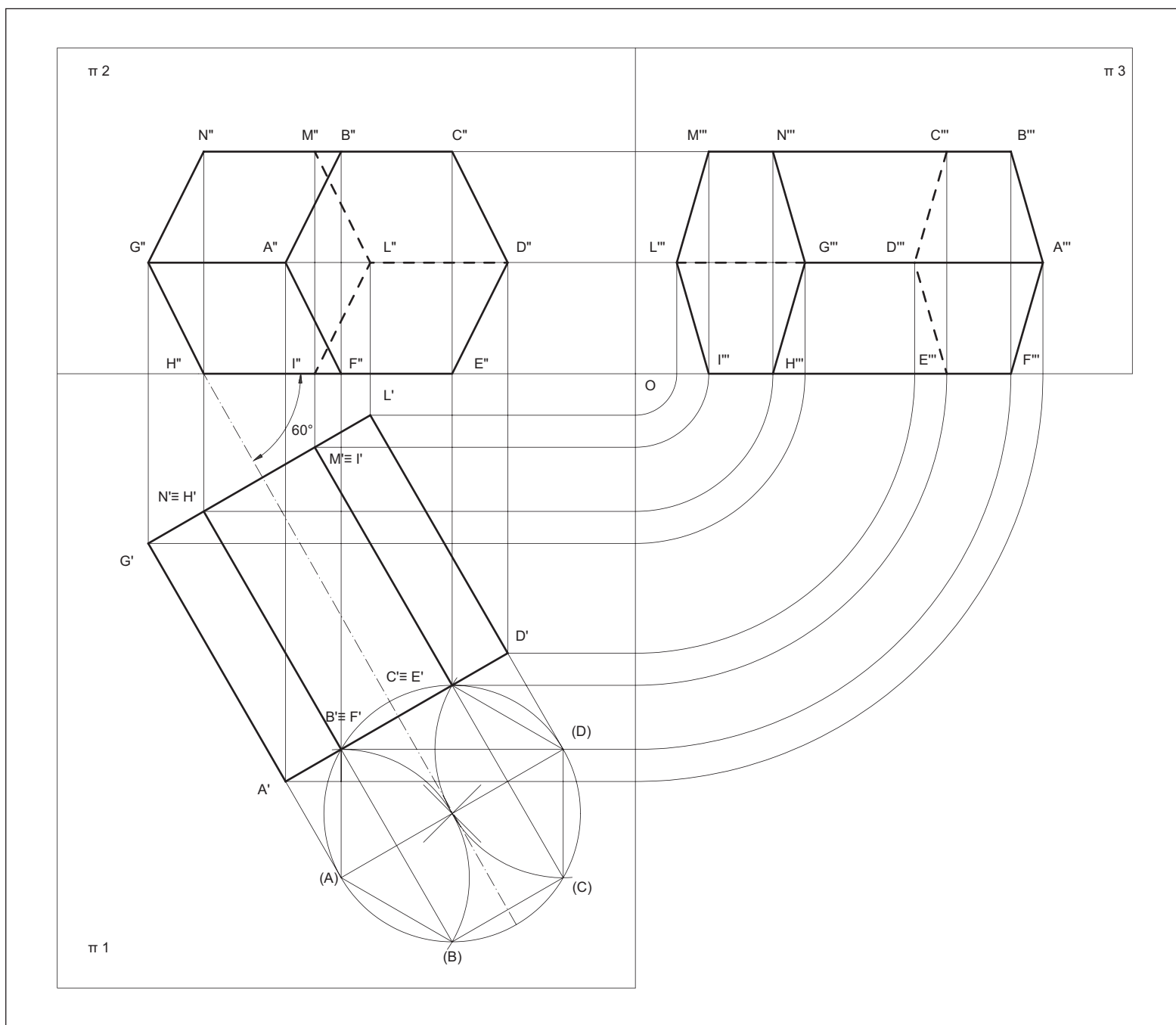


17 Proiezione ortogonale di un prisma inclinato rispetto a π_2

La **Fig. 10.23** presenta il caso di un prisma a base esagonale appoggiato su π_1 con una delle facce laterali e con l'asse inclinato di 60° rispetto a π_2 . Data la posizione del solido, non si avrà alcuna proiezione delle basi esagonali in vera grandezza. Per poterle costruire, al fine di iniziare il disegno, occorrerà ribaltarne una su π_1 . Costruito l'esagono e, da questo, individuate le prime proiezioni degli spigoli del

prisma, si potrà procedere su π_2 , riportandovi le misure dei segmenti $\overline{C'(C)}$ e di $\overline{D'(D)}$ per determinare l'altezza dei vertici C'' e D'' . Si potrà quindi ottenere agevolmente la terza proiezione e completare con le lettere. Ricordarsi di tratteggiare gli spigoli che non si vedono, perché coperti dalle facce del prisma, e di marcare con un segno più spesso tutte le figure proiettate.

↓ **Fig. 10.23**



18 Proiezione ortogonale di un cono inclinato rispetto a π_1 e π_3

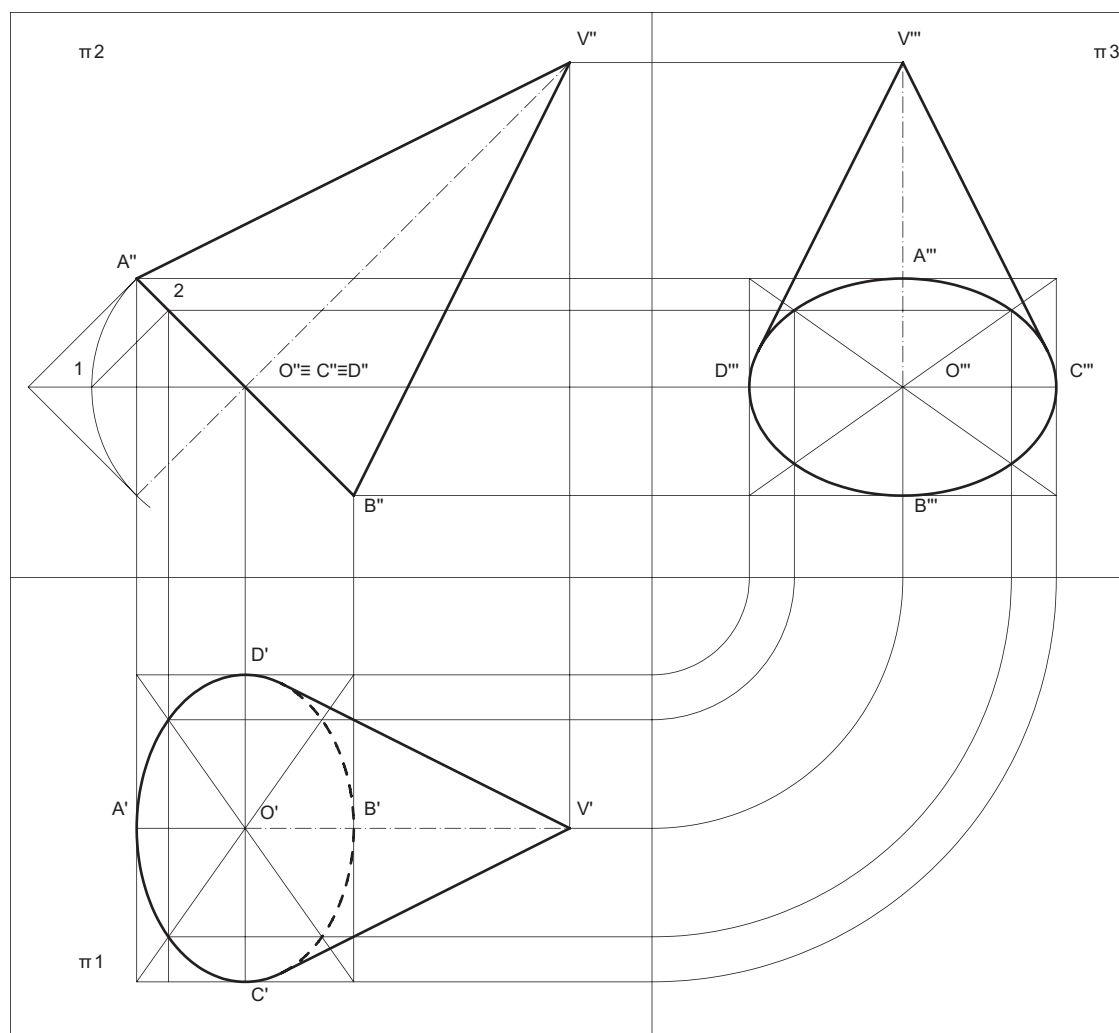
La proiezione di un cono con la base parallela a π_1 mostra una circonferenza su π_1 e due triangoli su π_2 e π_3 . La **Fig. 10.25** presenta il caso di un cono la cui altezza è parallela a π_2 ma inclinata rispetto a π_1 e a π_3 . Conviene iniziare il disegno dal piano verticale, sapendo che la proiezione del cono sarà, comunque, un triangolo anche se inclinato. Si ribalta su π_2 , dalla proiezione del diametro, metà circonferenza della base e si individuano su questa i punti di riferimento **1** e **2**, ottenendo così tutti gli elementi necessari per procedere alla proiezione della base su π_1 e, a seguire, l'intera proiezione della figura su π_1 e su π_3 . Ricordarsi che l'altezza del cono si rappresenta con il tratto-punto. Ricordarsi anche di marcare con un segno più spesso tutte le figure proiettate.

↓ **Fig. 10.25**

Il **cono** [Fig. 10.24] è un solido di rotazione ottenuto ruotando un triangolo rettangolo intorno a uno dei suoi cateti. L'asse del cono, che costituisce la sua altezza, è il cateto intorno a cui il solido è costruito; la base è invece il cerchio ottenuto dalla rotazione dell'altro cateto. Per convenzione, l'altezza del cono si rappresenta con il tratto-punto. Ogni segmento che unisce il vertice e un punto qualsiasi della circonferenza di base è detto apotema.



→ **Fig. 10.24**

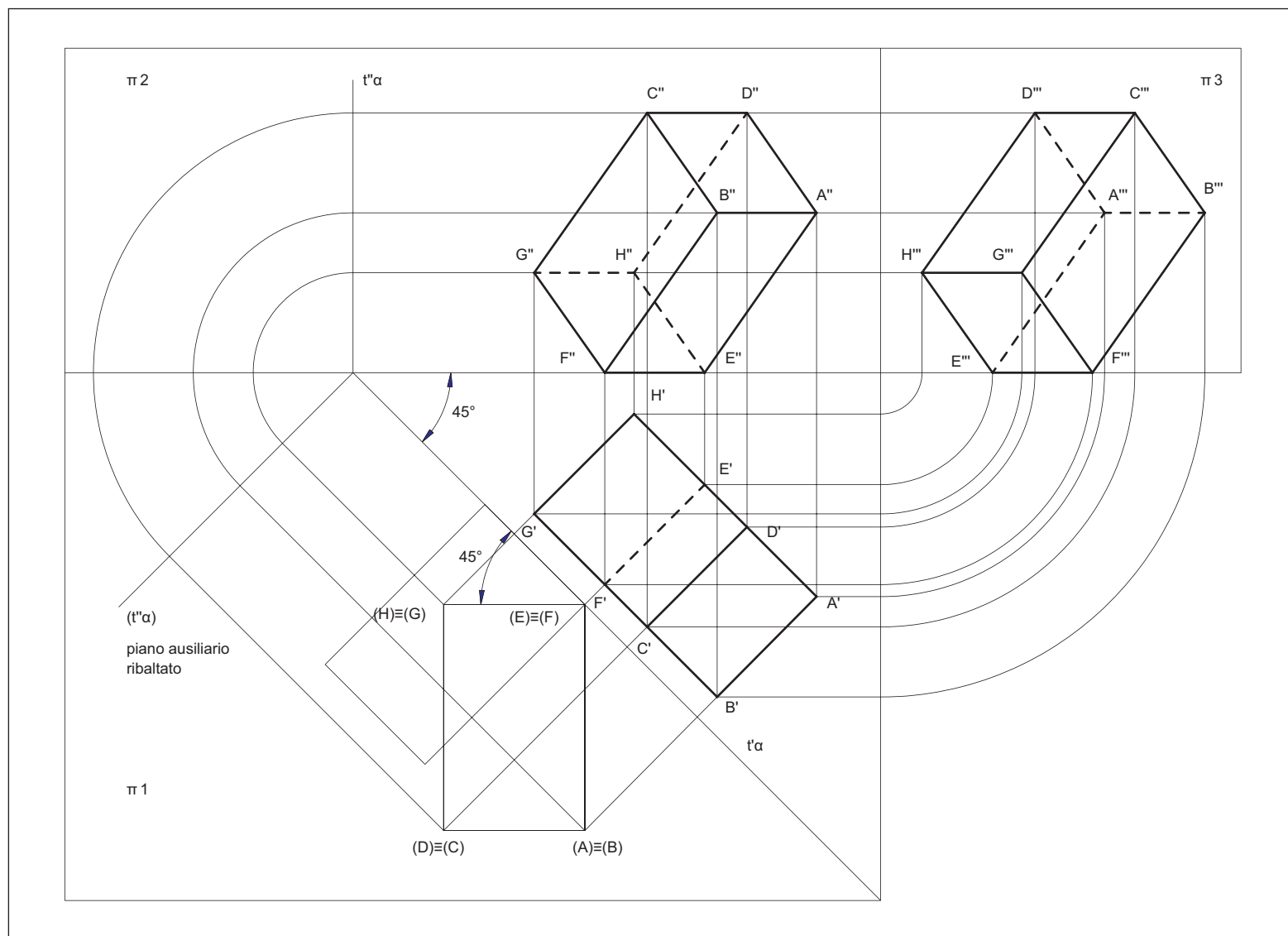


19 Proiezione ortogonale di un parallelepipedo con il piano ausiliario

Disegnare la proiezione ortogonale di un parallelepipedo con la base inclinata di 45° rispetto a π_1 e con le facce laterali inclinate di 45° rispetto a π_2 [Fig. 10.26]. Nessuna delle facce del parallelepipedo risulta parallela ai piani fondamentali; ne consegue che nessuna proiezione delle facce sarà in vera grandezza. In questo caso si ha la necessità di ricorrere a un quarto piano di proiezione, parallelo o aderente a una faccia del solido. Tale piano, detto ausiliario, ribaltato su π_1 consentirà di procedere con la proiezione. Si disegni quindi un piano α perpendicolare a π_1 e inclinato di 45° rispetto a π_2 , e dunque alla **L.T.**, individuato dalle sue tracce $t'\alpha$ e $t''\alpha$. Si ribalta α su π_1 disegnando la $(t''\alpha)$,

perpendicolare alla $t'\alpha$. Su (α) , come mostra la Fig. 10.26, si disegna la quarta proiezione del parallelepipedo inclinato e da questa si ricava quella su π_1 . A seguire, attraverso le rette di richiamo, e servendosi della $(t''\alpha)$ per ricavare le altezze, si ottengono le proiezioni del solido su π_2 e su π_3 . Completare con le lettere. Per non sbagliare i tratteggi degli spigoli coperti, si osservi che su π_2 e su π_3 la faccia che si vede è la **BCGF** (lo si può verificare osservando la prima proiezione): sarà dunque l'altra faccia a essere tratteggiata e, conseguentemente, anche **$G''H''$** su π_2 e **$A'''B'''$** su π_3 . Ricordarsi di marcare con un segno più spesso tutte le figure proiettate.

↓ Fig. 10.26



20 Proiezione ortogonale di due solidi accostati

Disegnare la proiezione ortogonale di due solidi accostati, entrambi con la base poggiata sul piano π_1 : un parallelepipedo e una piramide a base esagonale [Fig. 10.27].

Si procede alla proiezione del parallelepipedo e della piramide nei modi già descritti nelle tavole precedenti. Sul piano π_1 , parallelepipedo e piramide sono integralmente visibili, senza sovrapposizioni. Nella proiezione sul piano π_2 , il parallelepipedo copre una porzione della piramide: gli spigoli della piramide $\overline{V''I''}$ e $\overline{V''P''}$ sono quindi parzialmente nascosti dalla faccia $B''C''F''G''$ del parallelepipedo. Le porzioni nascoste degli spigoli della piramide sono individuate a partire dalle

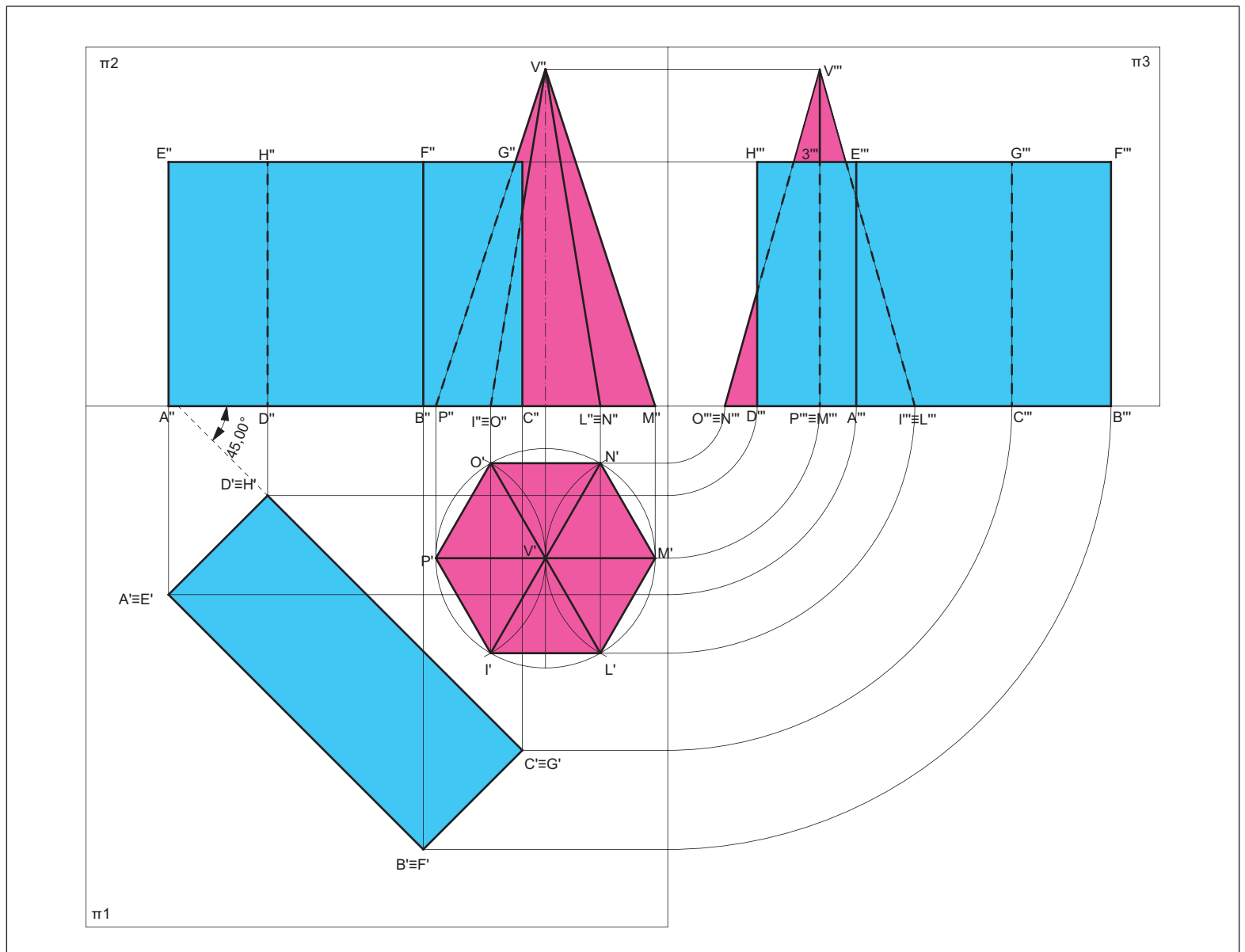
intersezioni di $\overline{V''P''}$ con $\overline{F''G''}$ e di $\overline{V''I''}$ con $\overline{G''C''}$. Tali porzioni di segmenti andranno tratteggiate.

Nella proiezione sul piano π_3 , il parallelepipedo copre un'ampia parte della piramide. Gli spigoli $\overline{V'''O'''}$, $\overline{V'''P'''}$ e $\overline{V'''I'''}$ risultano parzialmente nascosti.

Le intersezioni di $\overline{V'''O'''}$ con $\overline{H'''E'''}$ e con $\overline{H'''D'''}$, quella di $\overline{V'''P'''}$ con $\overline{H'''E'''}$ e quella di $\overline{V'''I'''}$ con $\overline{H'''E'''}$ individuano le porzioni degli spigoli della piramide da tratteggiare.

Gli spigoli visibili a tratto continuo e quelli nascosti tratteggiati che definiscono le figure proiettate dovranno essere marcati con un segno più spesso.

↓ Fig. 10.27



21 Proiezione ortogonale di un gruppo di solidi sovrapposti

Disegnare la proiezione ortogonale di tre solidi sovrapposti: un parallelepipedo, una piramide a base esagonale e un cilindro. Il parallelepipedo ha la base poggiata sul piano π_1 , mentre la piramide e il cilindro poggiano, entrambi, sulla base superiore del parallelepipedo [Fig. 10.28].

Si procede alla proiezione del parallelepipedo, della piramide e del cilindro nei modi già descritti nelle tavole precedenti.

Sul piano π_1 , il parallelepipedo è parzialmente nascosto dalla piramide e dal cilindro che sono poggiati sulla sua base superiore $E'F'G'H'$.

Le intersezioni della proiezione dello spigolo $\overline{G'H'}$ con gli spigoli della piramide $\overline{O'P'}$ e $\overline{L'M'}$ individuano la prima porzione nascosta e quindi tratteggiata. L'intersezione delle proiezioni

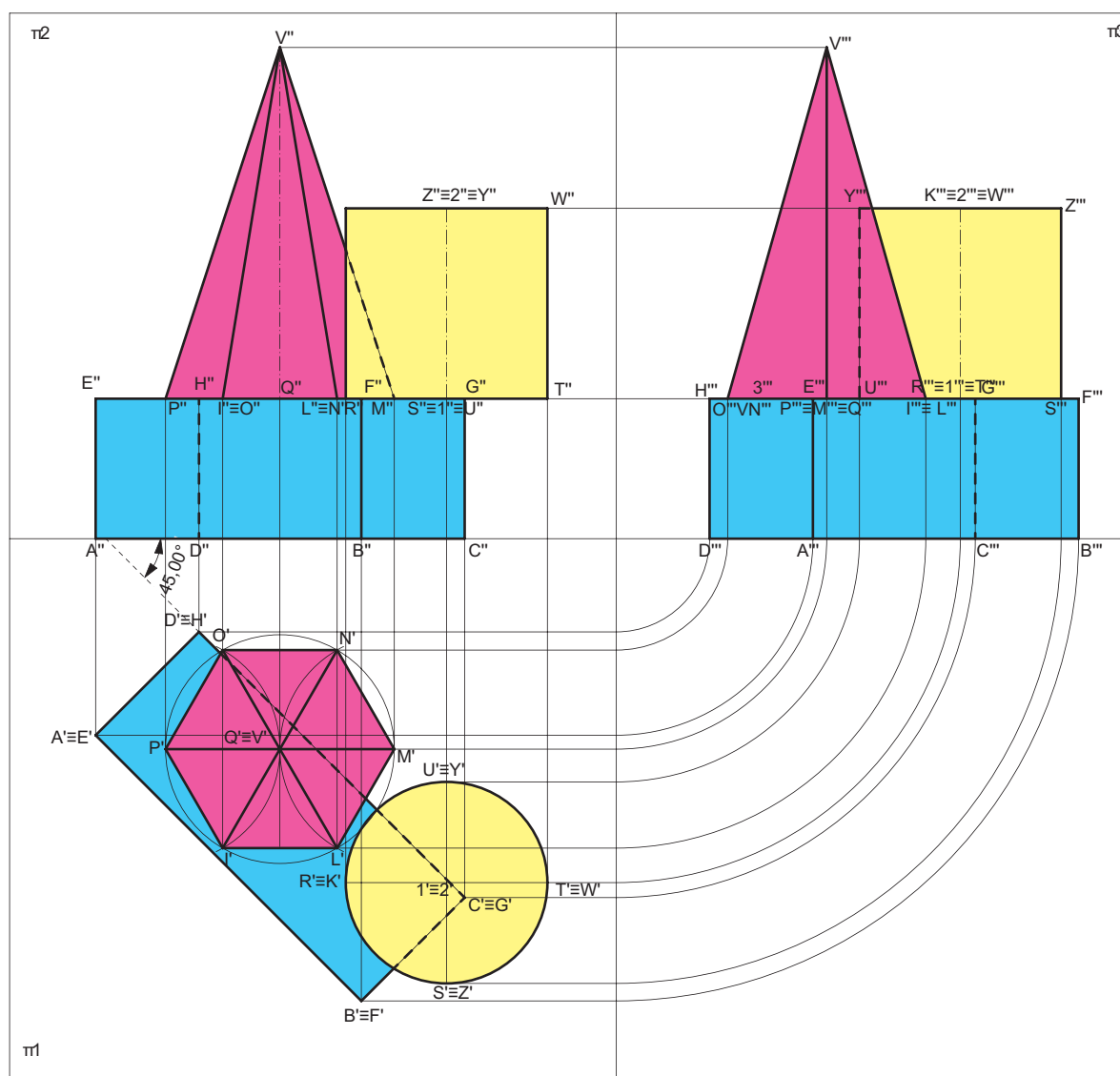
degli spigoli $\overline{G'H'}$ e $\overline{F'G'}$ con la base circolare del cilindro definiscono le ulteriori parti tratteggiate.

Nella proiezione sul piano π_2 , il cilindro sovrastante il parallelepipedo copre una porzione della piramide: la proiezione dello spigolo $\overline{V''M''}$ della piramide interseca quella del cilindro individuando la porzione nascosta da tratteggiare.

Nella proiezione sul piano π_3 , la piramide nasconde una parte del cilindro. La proiezione dello spigolo $\overline{V'''I'''}$ della piramide intercetta la sagoma del cilindro in due punti definendo la porzione da tratteggiare.

Gli spigoli visibili a tratto continuo e quelli nascosti tratteggiati che definiscono le figure proiettate dovranno essere marcati con un segno più spesso.

↓ Fig. 10.28



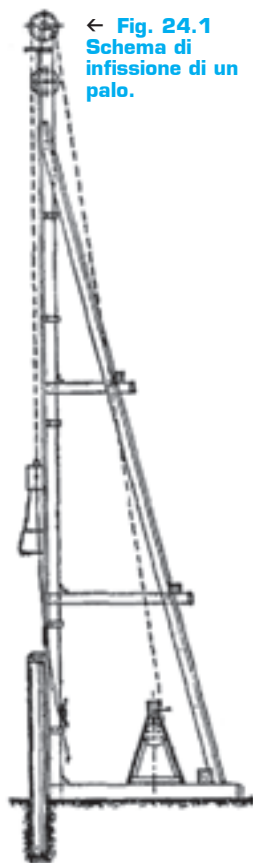
ELEMENTI DI FABBRICA E PRINCIPI COSTRUTTIVI

1 Le fondazioni

Le **fondazioni** sono elementi strutturali di un edificio posti direttamente a contatto con il terreno e hanno il compito di trasmettere i carichi dalle strutture in elevazione al terreno stesso: in altre parole, sostengono il peso dell'intera costruzione. Per questo motivo devono essere adeguatamente profonde, massicce e rigide. Quando si progetta una fondazione bisogna conoscere bene la natura del terreno su cui si sta costruendo; infatti, forma e tipo di fondazione vengono scelti non solo in base alla tipologia architettonica ma anche tenendo conto della resistenza del terreno: se questo cedesse, l'intera struttura ne resterebbe compromessa.

Quando il terreno presenta una sufficiente resistenza a una profondità agevolmente raggiungibile, i carichi possono essere distribuiti su superfici più o meno ampie attraverso fondazioni cosiddette **dirette**, la cui forma dipende dalla tipologia strutturale dell'edificio. Edifici in muratura, per esempio, possono avere fondazioni dirette **continue**, un tempo realizzate in pietra o mattoni e oggi in calcestruzzo (semplice o armato), o fondazioni dirette **discontinue** (a plinti tronco-piramidali), che sussistono insieme con strutture portanti a loro volta discontinue, ossia i pilastri. Si definiscono, invece, fondazioni **indirette** quelle che trasferiscono i carichi a strati

Plinto Struttura fra le più semplici fra quelle di fondazione, tipicamente costituito da un blocco (lapideo, in mattoni, in cemento armato) a forma di tronco di piramide o di parallelepipedo.



← Fig. 24.1
Schema di
infissione di un
palo.



↑ Fig. 24.2
Pali di fondazione di un edificio storico a
Venezia.



↑ Fig. 24.3
Nodo in fondazione tra travi ortogonali in
cemento armato.

profondi del terreno. Si tratta di particolari strutture (senz'altro più costose e complesse, ma un tempo molto utilizzate in terreni particolarmente accidentati o in forte pendenza) composte da **pozzi** (scavati e successivamente riempiti di pietrame, oggi di calcestruzzo) e **pali** (anticamente di legno, oggi in cemento armato o acciaio) che vengono letteralmente infissi nel terreno – un tempo utilizzando un grande maglio, ossia un corpo rigido e pesante (fino a 300 chili) che veniva

fatto battere ripetutamente in cima al palo, come un martello, sfruttando la forza di gravità, una procedura attualmente svolta utilizzando macchinari più complessi. L'impiego di strutture di fondazione a pali in legno risale ai tempi della preistoria (pensiamo alle palafitte). La città di Venezia è praticamente tutta fondata su dei pali conficcati nel terreno fino a raggiungere lo strato compatto di argilla e sabbia che si trova in profondità.

2 Piedritti e pareti portanti

In un edificio, il **piedritto** è un **elemento strutturale verticale portante**, che sostiene il peso di altre parti dell'architettura. Esso può essere una colonna, un pilastro, un muro. Si definiscono **strutture di piedritto** quelle che sostengono architravi, archi, volte, solai, strutture di copertura (tetti), strutture di collegamento (rampe e scale) e che **trasmettono la forza peso** (verticale) **ed eventualmente la spinta** (orizzontale) alle strutture sottostanti oppure alle fondazioni. La struttura di piedritto costituita da un sistema di colonne o pilastri ad asse verticale (ma talvolta anche inclinato) si definisce “**discontinua**” o “**puntiforme**”.

Tipiche strutture di piedritto puntiformi sono: a) le **colonne**, che presentano una sezione trasversale circolare; b) i **pilastri**, che normalmente sono molto più grandi e robusti delle colonne e possono avere sezione quadrangolare, poligonale o mistilinea. Pilastri di considerevoli dimensioni sono detti **piloni**. Se i piedritti affiancano una porta o una finestra sono chiamati **stipiti**.

Colonne e pilastri erano un tempo costruiti in legno, in mattoni o in pietra. Oggi le colonne sono cadute in disuso; i pilastri sono invece realizzati in acciaio o in cemento armato

e reagiscono bene a sollecitazioni di flessione, in quanto i sistemi pilastri-travi sono concepiti e realizzati sul principio costruttivo del telaio: in altre parole, pilastri e travi sono saldamente uniti fra loro in un efficacissimo *continuum* strutturale. Tale soluzione non è ottenibile con pilastri in muratura che, come le colonne, sono oggi poco utilizzati.

Talvolta, in aggiunta alla loro specifica funzione statica, **le strutture di piedritto chiudono un determinato spazio**, presentandosi come superfici continue: in altri termini, sono pareti che contribuiscono al sostegno della struttura e che vengono chiamate **pareti portanti** (o muri portanti). Come i pilastri, anche le pareti portanti devono sopportare i carichi e contrastare le azioni che ricevono dalle strutture sovrastanti. È bene, dunque, che siano costruite con **materiali capaci di resistere alle sollecitazioni** che in essi verranno indotte: dunque **mattoni** o vari tipi di **pietra**. Le tipiche pareti in muratura (come peraltro i pilastri) sono realizzate attraverso la composizione più o meno accurata dei singoli elementi (in pietra oppure in laterizio) che vengono aggregati mediante l'interposizione di **legamenti** (grappe metalliche, tasselli) o di **sottili strati di malta**. I piccoli spazi tra una pietra e l'altra o tra un mattone e l'altro sono detti “giunti” o “commesure”. L'uso della malta è tipico delle murature in laterizi; è meno frequente quando si usano pietre naturali.

I mattoni, che sono in genere standardizzati e tutti uguali fra loro, vengono collocati (a strati sovrapposti) di faccia oppure di punta. Gli elementi in pietra, invece, possono essere di forma più o meno regolarizzata oppure risultare del tutto irregolari. I Romani svilupparono diverse tecniche murarie dette *opus*: l'*opus quadratum* (con pietre tagliate a forma di parallelepipedo disposte in file orizzontali), l'*opus coementicium* (costituito da pietrame e malta), l'*opus incertum* (realizzato con pietre disposte casualmente nella malta ma con le facce principali rivolte all'esterno), l'*opus reticulatum*



← Fig. 24.4
Congiunzioni tra
pilastri verticali e
travi orizzontali.

↓ Fig. 24.5
Sistemi di
muratura
dell'architettura
romana: *opus
incertum*, *opus
reticulatum*, *opus
testaceum* o
latericium.



(con pietre a base quadrata ma disposte in diagonale, ossia a rombo), l'*opus mixtum* (ad es. un *opus reticulatum* con spigoli in mattoni) e l'*opus testaceum* o *latericium* (costituito da soli mattoni). Il muro realizzato con pietre squadrate di grandi dimensioni è il più resistente e per questo utilizzato a lungo, non solo in tutto il mondo antico ma anche durante il Medioevo, quando si abbandonò l'uso del calcestruzzo. In certi edifici monumentali in muratura (soprattutto i grandi palazzi privati e i palazzi pubblici medievali e rinascimentali), le pietre che costituiscono i prospetti possono essere variamente lavorate: in questo caso ogni singolo blocco è detto **concio o bugna** e la superficie della parete viene definita “**a bugnato**”. A partire dal Rinascimento, alle murature in pietra si preferirono quelle in mattoni, più pratiche da realizzare e più economiche; quando si costruirono i muri in pietra si usarono preferibilmente blocchetti squadrate di piccole dimensioni, non di rado in tufo. Negli edifici moderni, le pareti portanti sono realizzate in calcestruzzo, semplice o armato, oppure in laterizio pieno; le pareti divisorie, preferibilmente, con i mattoni forati.



← Fig. 24.6 Biagio Rossetti, Palazzo dei Diamanti, 1492-94, Ferrara.

Caratteristico è il tipo di bugnato esterno a forma di punte di diamante, da cui il nome al palazzo.

3 Travi, solai e terrazze

La **trave** è un elemento strutturale orizzontale piuttosto lungo; da un punto di vista geometrico, può essere definita come un solido generato da una figura piana che si muove nello spazio, mantenendosi ortogonale alle traiettorie descritte dai suoi punti. La trave è posta orizzontalmente oppure obliquamente tra due piedritti – oppure due pareti – e può essere appoggiata o incastrata ai suoi sostegni: a essi trasmette il suo peso ed eventualmente quello delle strutture superiori che a sua volta regge.

Le travi sono **classificate in base alla forma della sezione**, che può essere piena (trave piena), cava (trave tubolare, trave a cassone) oppure **profilata** (a I, T, doppio T). Sono anche caratterizzate dal **materiale** con cui sono costruite (legno, pietra, laterizio, acciaio); sono dette travi miste quando sono composte da due o più materiali (come nel caso delle travi in cemento armato). Travi di particolare importanza sono dette **architravi** (dal latino, ‘trave maestra’): sono tali quelle che limitano superiormente il vano di una porta o di una finestra.

Le **travi in legno**, ricavate dai tronchi degli alberi, sono state le prime a essere utilizzate nella storia e per lungo tempo le più diffuse. I legni più adatti sono l’abete, il larice, la quercia e il castagno. L’uso della **trave in pietra** (che viene chiamata comunemente architrave, essendo per sua natura un elemento strutturale piuttosto robusto e pesante) appare già nei monumenti megalitici del Neolitico europeo: nei dolmen, ad esempio, si presenta come una lastra lapidea appoggiata su grandi

sostegni verticali, sempre di pietra. L’architrave in pietra fu adottato come tipica struttura orizzontale dall’architettura antica: in Egitto, in Grecia e nell’America centrale e meridionale precolombiane. Ricordiamo che nella nomenclatura dell’ordine architettonico greco, l’architrave è la parte inferiore della trabeazione (composta da architrave, fregio e cornice) poggiate sulle colonne, la quale, da un punto di vista strettamente meccanico, si comporta di per sé come una trave piuttosto alta.

↓ Fig. 24.7 Dolmen di Bisceglie, III millennio a.C. Bisceglie (Bari).

Il Dolmen di Bisceglie è il più importante dolmen italiano. Concepito come monumento funerario, fu eretto a 17 chilometri dall’omonima cittadina pugliese (presso Bari) e risale all’Età del bronzo. Tre lastre verticali, disposti a “U”, coperti da una quarta lastra orizzontale, costituiscono una sorta di cella, alta 1,80 metri. La cella è preceduta all’esterno da un corridoio all’aperto, lungo 7,60 metri, formato da piccole lastre di pietra disposte verticalmente.



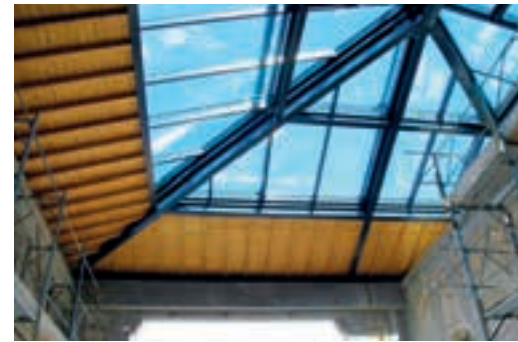
Profilato Trave o sbarra metallica, impiegata per travature, ringhiere, infissi, e caratterizzata dalla forma (profilo) della sua sezione trasversale, che può essere rettangolare, quadrata, a L, a T, a doppio T, a I, a C.



↑ Fig. 24.8
Solai in cemento armato interni al telaio di un edificio in costruzione.



↑ Fig. 24.9
Solaio in acciaio.



↑ Fig. 24.10
Copertura in legno, acciaio e vetro di un edificio.

Le **travi di acciaio**, comunemente adottate per ponti ed edifici di grandi dimensioni, presentano una tipica sezione profilata, che le rende particolarmente resistenti. Le **travi in cemento armato**, che presentano una sezione trasversale rettangolare, sfruttano in modo ottimale le caratteristiche meccaniche dei due materiali (conglomerato cementizio e acciaio) che le costituiscono.

I **solai** sono strutture tendenzialmente bidimensionali (cioè di spessore contenuto rispetto alla superficie) che separano spazi praticabili sovrapposti: infatti, coprono determinati ambienti e, nel contempo, costituiscono i pavimenti degli ambienti sovrastanti. I solai, che scaricano il peso (proprio e di quanto sostengono) sui muri di appoggio, sono costituiti da travi che coprono l'intera larghezza del locale e che a loro volta sostengono altri elementi che formano la copertura dell'ambiente sottostante (controsoffittatura) e il piano di calpestio dell'ambiente sovrastante (impalcato).

I solai più comuni per secoli sono stati quelli **in legno**, che sono semplici da costruire e piuttosto leggeri ma anche deperibili e facilmente attaccabili dal fuoco. Oggi sono stati quasi completamente abbandonati, a vantaggio dei **solai moderni in cemento armato** (che ripropongono lo schema del solaio in legno ma si dimostrano ben più affidabili e resistenti). Assai diffusi sono i solai in **cemento armato e laterizio** (detti "in laterocemento"), costituiti da elementi in cemento armato (travi realizzate in opera o prefabbricate denominate **travetti**), che hanno funzioni strutturali, ed elementi di alleggerimento in laterizio.

Ambienti di notevoli dimensioni vengono coperti da solai **in acciaio**, costituiti da travi di acciaio che sostengono un impalcato realizzato in acciaio e calcestruzzo. Di norma, nello spessore del solaio moderno vengono alloggiare tubazioni e condutture varie.

Il solaio di copertura dell'ultimo piano di un edificio è chiamato **tetto piano** ed è caratterizzato da una pendenza minima (minore del 5%) che consente giusto lo scorrimento dell'acqua piovana fino agli scarichi. Il tetto piano dev'essere dunque dotato di un efficace sistema di impermeabilizzazione, costituito da un insieme di strati. I tetti piani possono essere non praticabili (ossia non accessibili alle persone, se non per esigenze

di manutenzione) e praticabili (accessibili alle persone e talvolta persino ai veicoli, e come tali dotati di pavimentazione). Questi ultimi sono anche chiamati **terrazze**, possono essere di grandi dimensioni, private (ossia di proprietà di chi abita all'ultimo piano) oppure destinate a uso condominiale (per esempio come stenditoi). Con il termine "terrazzo", invece, si è soliti indicare uno spazio più ristretto e accessibile dai singoli alloggi, spesso realizzato in aggetto e protetto da un parapetto (in quest'ultimo caso è chiamato più comunemente balcone).

L'architettura residenziale di molte aree mediterranee (Italia meridionale, Palestina) ha visto un ampio uso delle coperture a terrazza, anche delle abitazioni monofamiliari: il clima secco, infatti, non richiede la costruzione di tetti a falde inclinate (necessari per far defluire l'acqua piovana o far scivolare la neve). Sin dall'antichità, la terrazza è sempre stata usata come un vero e proprio **ambiente aggiuntivo**, più protetto dei cortili, dove trascorrere buona parte della giornata e addirittura, nei mesi estivi, dormire la notte. In Mesopotamia, le terrazze dei palazzi accoglievano lussureggianti giardini pensili. Nel XX secolo, con il Movimento



↑ Fig. 24.11
Disegno ricostruttivo dei giardini pensili di Babilonia nel VII-VI sec. a.C.

I giardini pensili di Babilonia, celebrati come una delle sette meraviglie del mondo antico, si trovavano nell'omonima città mesopotamica, fondata nei pressi dell'attuale Baghdad, in Iraq. Vennero probabilmente realizzati intorno al 590 a.C. per volontà del re Nabucodonosor II. Secondo lo storico Diodoro Siculo (I sec a.C.), si trovavano in prossimità del fiume Eufrate, occupavano una superficie di 3550 metri quadrati ed erano retti da possenti strutture a terrazze realizzate in pietra.

Moderno, la terrazza fu concepita come uno spazio architettonico piacevole e vitale, sia privato sia pubblico. Le Corbusier giunse a teorizzare, nei suoi cinque punti dell'architettura, l'uso del "tetto-giardino", spesso utilizzato come *solarium*. Frank Lloyd Wright, per la sua celebre Casa sulla cascata, progettò suggestive terrazze a sbalzo che aggettano sul torrente sottostante.

Solarium Parte di un edificio aperto al sole e all'aria. Nell'antichità erano così definite sia la terrazza scoperta sia la loggia sottotetto. Nell'architettura moderna è una terrazza destinata a prendere il sole, appositamente predisposta e attrezzata in istituti di bellezza, stabilimenti balneari, circoli sportivi e (nel recente passato) nei sanatori.



↑ Fig. 24.12
Le Corbusier, *Unité d'habitation*, tetto-terrazza con l'asilo nido e la piscina. Marsiglia.

L'Unité d'habitation fu progettata per la città di Marsiglia da Le Corbusier, grande maestro del Movimento Moderno, e costruita fra il 1946 e il 1952. Si tratta di un blocco architettonico polifunzionale con un altissimo numero di alloggi, ancora oggi il più grande edificio per civile abitazione mai costruito. Alto diciassette piani, è capace di ospitare 1500 abitanti. Al suo interno, sette strade coperte servono 337 appartamenti di diverse dimensioni, nonché sale di riunione, un albergo, un ristorante e vari negozi. Sul tetto a terrazza si trovano un asilo nido, una piscina e un teatro all'aperto.



↑ Fig. 24.13
Frank Lloyd Wright, *Casa Kaufmann (Casa sulla cascata)*, 1936-39. Bear Run (Pennsylvania). Veduta esterna.

Villa Kaufmann, conosciuta con il nome di Casa sulla cascata, è il capolavoro architettonico di Frank Lloyd Wright, uno dei più grandi architetti americani del XX secolo. Questa lussuosa residenza, costruita fra il 1936 e il 1939 nel cuore di una foresta della Pennsylvania (Usa), si apre verso il bosco e verso la vicina cascata attraverso scale, terrazze e affacci, in un abbraccio ideale tra architettura e natura.

4 Tetti a falde e capriate

Il **tetto** di un edificio, come la terrazza, ha la funzione di coprire la sua parte superiore, di preservarlo dagli agenti atmosferici (vento, pioggia e neve) e incidere sugli scambi termici complessivi della costruzione (dispersioni termiche invernali, surriscaldamento estivo). A differenza della terrazza, esso è costituito da uno o più piani inclinati, detti **falde o spioventi** (da cui il suo nome, tetto a falda) la cui pendenza dipende dalle tradizioni costruttive, dalle latitudini in cui vengono realizzati gli edifici (molta pioggia o molta neve richiedono falde molto inclinate per favorirne lo scorrimento), dai materiali usati per il manto. Le pendenze più comuni sono quelle comprese tra il 30% e il 45%. In un tetto a falde possiamo individuare: la **linea di colmo** (la retta orizzontale, intersezione tra due falde inclinate); la **linea di gronda** (la retta orizzontale di minima quota, costituita dal ciglio esterno della gronda, ossia la parte del tetto che sporge dal muro esterno); la **linea di displuvio** (intersezione inclinata di due falde ad angolo convesso); la **linea di compluvio** (intersezione inclinata di due falde ad angolo concavo). Per lo smaltimento e la raccolta delle acque piovane sono usati i **canali di gronda**, posati in opera con

una pendenza capace di trasferire l'acqua in canali di discesa, chiamati **pluviali**. I canali di gronda, che normalmente hanno sezione semicircolare, sono oggi realizzati in lamiera zincata, rame, acciaio inossidabile o in plastica (PVC). Il tetto è costituito da due parti: la sua struttura e il suo manto di copertura.

La **capriata** è un tipico elemento architettonico utilizzato per realizzare la struttura portante dei tetti a falde inclinate. Tradizionalmente realizzata in legno, è nella sostanza una trave reticolare piana, a forma triangolare, posta in verticale e costituita da due travi inclinate, **puntoni**, appoggiate alle estremità e collegate da una trave orizzontale, **catena**, che forma la base del triangolo. Puntoni e catena sono chiusi agli angoli da incastri, opportunamente rinforzati con ferri piatti. L'inclinazione dei puntoni determina la pendenza del tetto.

La catena, l'elemento di maggior lunghezza della capriata, è sollecitata a trazione per effetto dell'azione spingente dei puntoni (che tendono a scivolare verso l'esterno); è bene per questo che sia costituita da un unico pezzo. In questo caso, con le capriate si possono coprire spazi che vanno dagli 8 ai 15 metri. Per

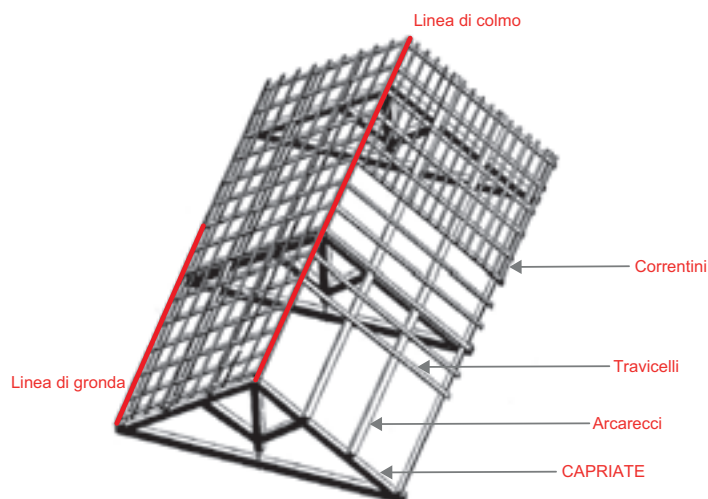
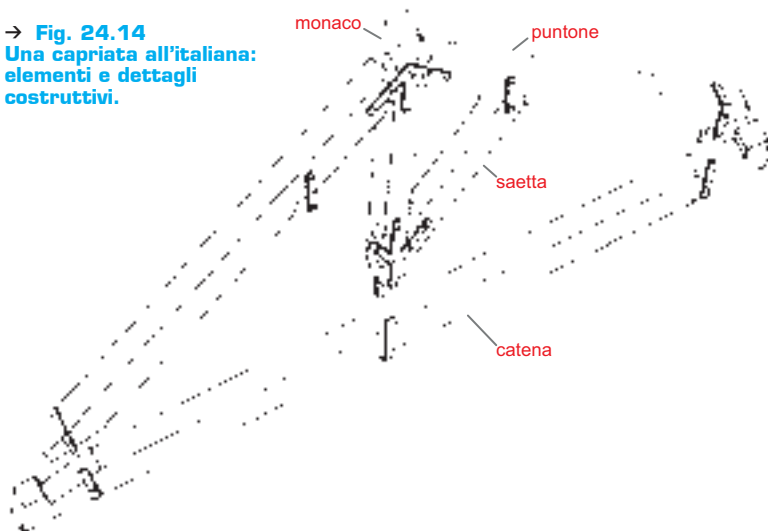
distanze superiori, si possono adottare catene realizzate in due parti, e connesse fra di loro da un particolare incastro chiamato “dardo di Giove”. Talvolta nella capriata è presente, con funzione di rinforzo, un’ulteriore trave verticale, chiamata **monaco** (oppure ometto), incastrata al vertice dei due puntoni e collegata al centro della catena solo tramite una **staffa** metallica (la quale passa attorno alla catena stessa). La riduzione della distanza tra il monaco e la catena segnala l’insorgenza di un problema strutturale. Nella capriata francese, rispetto a quella italiana, monaco e catena si toccano. Il monaco è inoltre collegato ai puntoni tramite altre due travi inclinate dette **saettoni**, che hanno il compito di limitare l’inflessione dei puntoni stessi.

Sui puntoni di varie capriate, poste parallelamente fra di loro, vengono appoggiate delle travi perpendicolari, dette **arcarecci**, sulle quali vengono poi appoggiate ulteriori travi perpendicolari, dette **travetti** (o travicelli), che dunque risultano parallele ai puntoni. Sui travetti si poggiano infine i **listelli** (o correntini) che a loro volta sostengono il **manto di copertura**, il quale è normalmente in laterizi (embrici e coppi, o solo con coppi o altre tegole). Il manto di copertura di un tetto può essere realizzato

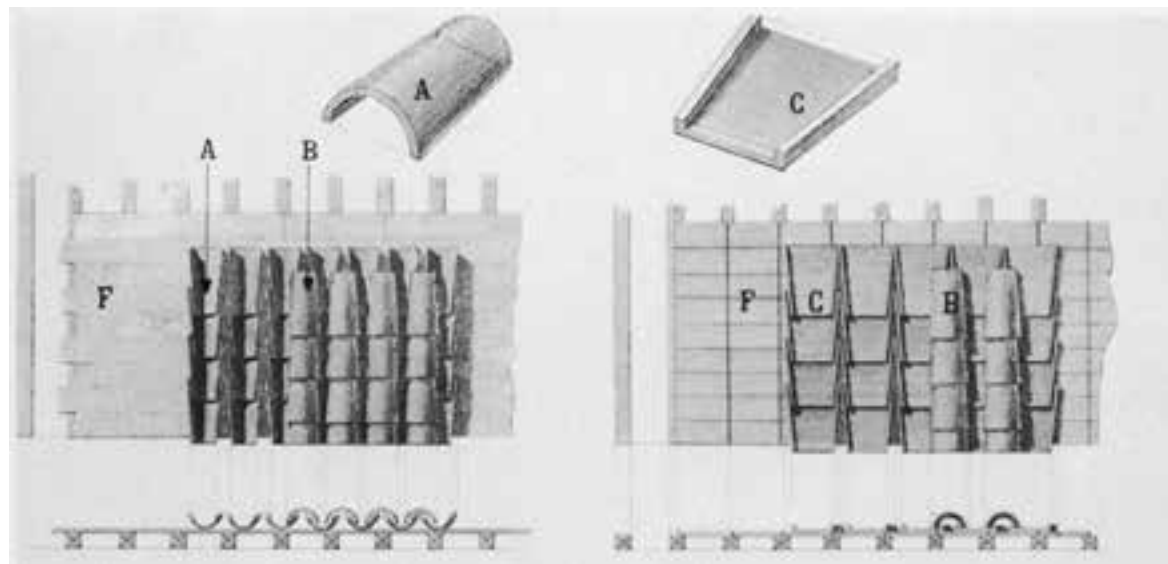
anche con altri materiali (pietra, cemento, materie plastiche, rame, alluminio, acciaio zincato) capaci di assicurare una adeguata impermeabilizzazione. I manti di copertura in paglia o in legno, rispettivamente tipici delle tradizioni costruttive dei villaggi e delle aree boschive, sono i più antichi e ancora oggi sono diffusi nelle regioni più povere del mondo e anche in alcune pae- si del Nord. Sono invece caduti in disuso nei paesi occidentali.

Già i Greci utilizzarono capriate lignee triangolari per la realizzazione dei loro tetti e così i Romani, quando adottarono coperture in legno invece delle volte in calcestruzzo. Le capriate, spesso dipinte a vivaci colori e ricoperte da fitti motivi decorativi, vennero sistematicamente adottate in epoca paleocristiana, per coprire i grandi spazi delle basiliche. Di tutte queste strutture si sono conservati rari originali. Durante il Medioevo, le coperture in legno delle chiese vennero gradualmente (ma non sempre) sostituite dalle volte in muratura, che comportarono una vera e propria trasformazione dell’impianto strutturale complessivo. Infatti, la presenza delle capriate (che sono sostanzialmente leggere e che annullano, grazie alla loro conformazione, ogni azione di spinta laterale) non richiede l’uso di muri o pilastri

→ Fig. 24.14
Una capriata all’italiana:
elementi e dettagli
costruttivi.



↑ Fig. 24.15
Tetto con capriate: elementi
costruttivi.



← Fig. 24.16
Manto di copertura dei tetti
con tegole piane e curve.

A-B. Canale o coppo; C. Tegola piana o embrice; F. Tavolato in legno.

particolarmente robusti. Un'architettura coperta a capriate si presenta quindi leggera, snella, luminosa, perché aperta da grandi finestre che non rischiano di indebolire l'impianto strutturale. L'adozione delle volte in muratura non comportò la sparizione delle coperture in legno, né durante il Medioevo né in età rinascimentale e barocca; anzi, esse rimasero sempre la soluzione di copertura più diffusa e continuarono a essere adottate

anche per chiese e grandi edifici, soprattutto in Italia. Durante il Rinascimento, furono anzi studiate da trattatisti del calibro di Leonardo da Vinci, Sebastiano Serlio e Palladio. L'uso della capriata si è mantenuto anche nel XIX e XX secolo: i nuovi materiali (metallo e cemento armato) hanno consentito la creazione di grandi capriate molto efficaci per la copertura degli edifici industriali.

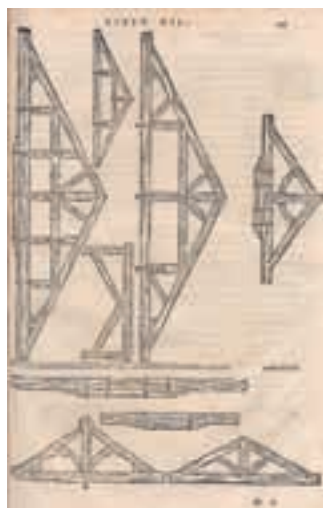
→ Fig. 24.17
Ricostruzione di un particolare della struttura architettonica del Partenone di Atene.
[M. Lambert, 1877]



↓ Fig. 24.18
Cattedrale di Bitonto (Bari), XI-XII sec. Particolare delle capriate dipinte della navata centrale.



← Fig. 24.19
Vari tipi di capriata, dal Libro VII del Trattato di architettura di Sebastiano Serlio, XVI sec.



↓ Fig. 24.20
Capriate in metallo, Deposito Atm di Via Messina, 1912. Milano.



5 Il principio costruttivo del trilito e del telaio

Il **trilito** (o sistema trilitico, dal greco *tri*, 'tre', e *lithos*, 'pietra') è una struttura costituita da tre elementi: due verticali, **piedritti** o montanti, e uno orizzontale, **architrave** o trasverso, poggiato sopra di essi. La distanza fra i piedritti si chiama **luce**. Si tratta di uno dei più antichi sistemi strutturali elaborati dall'uomo. I dolmen, che sono tipici monumenti megalitici (tra i più famosi quelli di Stonehenge), sono per esempio dei triliti; essi tuttavia non possono ancora considerarsi delle vere e proprie strutture architettoniche portanti, in quanto la pietra trasversale non sostiene a sua volta altri elementi. Il sistema trilitico venne presto utilizzato nella realizzazione di edifici o di grandi strutture che richiedevano l'apertura di porte, incluse quelle urbane, come dimostra l'esempio della Porta dei Leoni a Micene.



← Fig. 24.21
La Porta dei Leoni a Micene, XIV secolo a.C.

La città greca di Micene, che raggiunse la sua massima fioritura tra il 1600 e il 1100 a.C., era circondata da grandiose mura a strapiombo che la facevano apparire imponente e inaccessibile. Si entrava in città attraverso la Porta dei Leoni, costituita da due piedritti che sorreggono un poderoso architrave monolitico in pietra. Lo spazio triangolare che sovrasta la porta, chiuso da una lastra decorata a bassorilievi, contribuisce a scaricare il peso sovrastante delle mura direttamente sui sostegni verticali salvaguardando l'architrave dalla rottura.

Strutturalmente, costituisce un trilito anche ogni coppia di colonne o pilastri che sostengano un architrave: ritroviamo tale sistema, dunque, in tutti i templi antichi, tra cui quelli egizi e quelli greci. Sotto l'**azione di forze verticali** (il peso delle strutture che il sistema sostiene), i piedritti vengono sollecitati a **compressione** mentre l'architrave, che è sospeso nel vuoto, a **flessione**. Ciò può comportare dei problemi, per cui si deve tener conto della capacità di resistenza dei materiali impiegati. I materiali lapidei, per esempio, presentano scarsissima elasticità e quindi sono inadatti ad assorbire le tensioni di trazione comportate dalla flessione dell'architrave. Ne consegue che l'architrave dovrà essere di luce assai modesta: infatti, in un elemento orizzontale, a parità di sezione, minore è la luce più difficile sarà spezzarlo. Ce lo insegna l'esperienza:

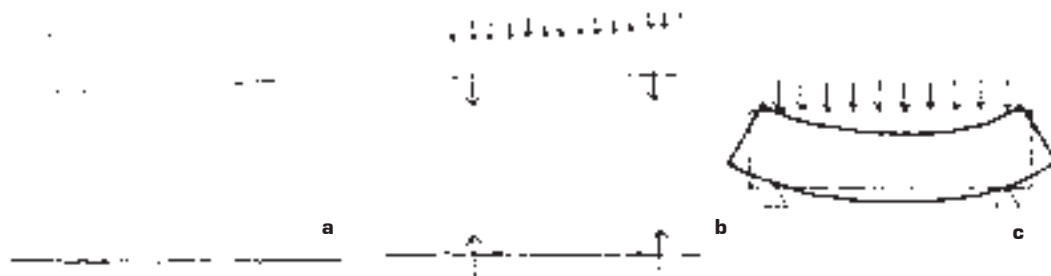
basti guardare una libreria in legno carica di libri per notare che le mensole lunghe si flettono più di quelle corte. Ciò spiega perché, nelle architetture antiche che facevano uso del sistema trilitico, come quelle egizia, cretese e greca, le colonne sono sempre piuttosto ravvicinate: oltre una certa distanza di sicurezza, infatti, l'architrave rischia concretamente di spezzarsi. Non è da escludere che l'adozione del capitello, che sporge sulla sommità delle colonne, altro non sia stato che un artificio statico per aumentare un poco il vuoto fra le colonne stesse senza aumentare la luce dell'architrave.

Sempre nel mondo antico, si cercò di ovviare al problema della fragilità della pietra sollecitata a flessione. I Greci talvolta inserirono nella parte inferiore degli architravi monolitici alcune barre metalliche, che avevano il compito di assorbire gli sforzi

→ Fig. 24.22

Analisi della distribuzione degli sforzi nel trilito.

Nel trilito (a) i piedritti (gli elementi verticali di sostegno soggetti a sollecitazioni di compressione da parte degli elementi orizzontali sostenuti) sono sottoposti, come mostrano le frecce (b), a carichi assiali (sforzo di compressione), indotti dal peso dell'architrave e dal peso proprio. La freccia verticale uscente dal terreno rappresenta la reazione indotta dal terreno sul piedritto per contrastare il peso sovrastante. Il peso proprio e gli eventuali carichi sovrastanti inflettono l'architrave (c) che viene sottoposto a uno sforzo di flessione.



↓ Fig. 24.23

Struttura a telaio di un edificio in calcestruzzo armato.



di trazione esercitati in quella parte dell'elemento strutturale. Infatti, a differenza della pietra, il metallo è molto resistente alla trazione. La collaborazione tra materiali diversi, ognuno dei quali particolarmente efficace rispetto a un certo tipo di lavoro, risulta molto efficace nel caso del cemento armato, dove le barre di acciaio, inglobate nella colata di cemento, hanno il compito di contrastare le sollecitazioni di trazione proprio al posto del cemento, che si comporta come un materiale lapideo. Nel sistema trilitico si suppone che l'architrave sia semplicemente appoggiato sui piedritti. Se invece si crea una continuità

strutturale fra piedritti e architrave, creando tra questi opportuni incastri, si ottiene il sistema strutturale del **telaio**. Ciò avviene nelle architetture moderne in cemento armato e acciaio, dove travi e pilastri sono uniti fra di loro. Nel telaio non si presenta più una semplice trasmissione di azioni verticali: attraverso i nodi, infatti, si creano veri e propri flussi di tensioni; piedritti e architravi si influenzano reciprocamente e si comportano come aste soggette a carico di punta. In questo caso, insomma, anche i piedritti tendono a flettersi; ciò richiede quindi adeguati calcoli nella loro progettazione.

6 Il principio costruttivo del triangolo di scarico, dello pseudoarco e della pseudocupola

Intorno al 2000 a.C. circa, per ovviare al problema della fragilità dell'architrave nel sistema trilitico, quando questo veniva adottato per aprire porte o finestre in edifici o strutture particolarmente massicci e pesanti, la civiltà micenea (che ancora non conosceva l'uso dell'arco) mise a punto due soluzioni strutturali. La prima (peraltro adottata anche in seguito, ancora nel Medioevo) fu quella di sagomare architravi pentagonali, con l'estremità superiore leggermente appuntita. I lati superiori inclinati non solo rinforzano il punto più debole dell'elemento strutturale, ossia il centro, aumentando la sezione del solido, ma tendono a deviare lateralmente la forza peso verticale, e quindi a caricare meno l'architrave stesso.

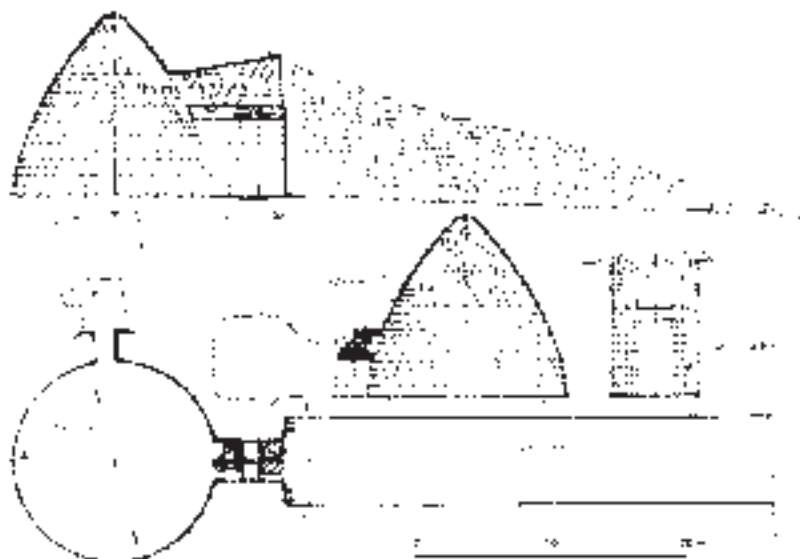
Un'altra soluzione, invece, fu messa in pratica nelle grandi porte, dove immediatamente sopra l'architrave venne ricavato il cosiddetto **triangolo di scarico**. Si tratta di un'**apertura triangolare** ricavata nella muratura sopra l'architrave che ha il compito di deviare la forza determinata dal peso delle mura sovrastanti (dunque diretta dall'alto verso il basso) lungo i lati del triangolo, così da farla ricadere sui piedritti della porta e sui tratti di muratura che affiancano questi ultimi. Il triangolo di scarico era solitamente tamponato da una lastra triangolare decorata, come nel caso della Porta dei Leoni di Micene [Fig. 24.21]. Anche il Tesoro di Atreo, sempre a Micene, presenta un triangolo di scarico sopra la porta di accesso alla *tholos*: qui, però, la lastra di copertura è andata persa.



← Fig. 24.24
Tesoro di Atreo, ingresso, 1400-1300 a.C. Micene.

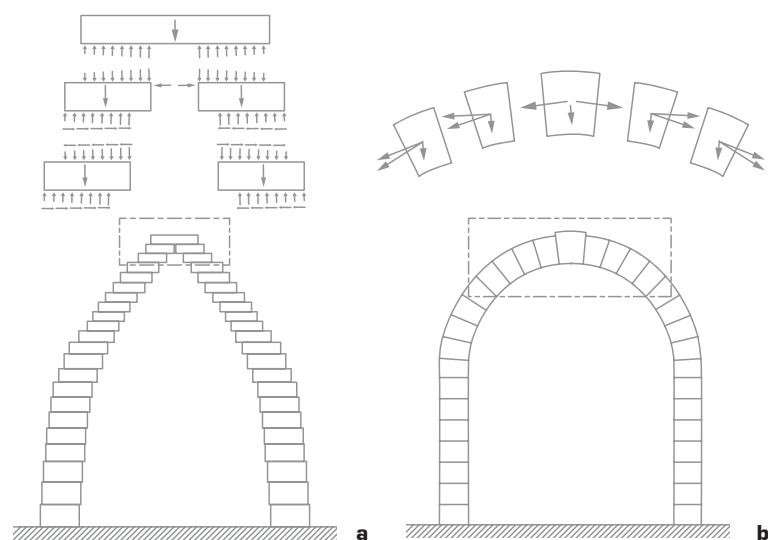
La tomba, nota come Tesoro di Atreo, è un sepolcro monumentale miceneo. Fu probabilmente edificata intorno alla metà del XIV secolo a.C., dunque molto prima della Guerra di Troia. Ciò nonostante, è comunemente ricordata come Tomba di Agamennone, mitico signore di Micene e capo della spedizione achea.

↓ Fig. 24.25
Tesoro di Atreo, sezione e pianta.



Lo **pseudoarco** (o “finto arco”) e la **pseudocupola** (o “finta cupola”) sono sistemi strutturali, tipici dell’architettura mediterranea, utilizzati, rispettivamente, per la realizzazione di grandi aperture e di grandi coperture. Ricordano le strutture dell’arco e della cupola ma, a differenza di queste, si reggono grazie alla forza di gravità e non per reciproco contrasto dei singoli elementi (**conci**) che le compongono. I conci, infatti, sono appoggiati l’uno sull’altro, come a formare un muro, ma sono aggettanti verso l’interno. Nello pseudoarco, i vari conci sono in aggetto progressivo fino alla copertura graduale del vano sottostante. Nella pseudocupola, diversi anelli concentrici,

dal diametro progressivamente minore, si sovrappongono fino alla chiusura superiore (ottenuta con una lastra). Le curvature dello pseudoarco e della pseudocupola possono essere di seguito sagomate, in modo da ricavare superfici interne perfettamente regolari e levigate. Si ritrovano esempi di pseudocupola nei nuraghi sardi, nelle antiche *thòloi* micenee (come il Tesoro di Atreo), in alcune sepolture in Mesopotamia, nell’architettura arcaica etrusca e in più recenti architetture popolari, come i trulli della Puglia. Anche gli igloo, le abitazioni in ghiaccio dei popoli eschimesi, sono realizzati con la tecnica della pseudocupola.



← Fig. 24.26
Schema grafico delle forze in azione nello pseudoarco (a) e nell'arco (b).

↓ Fig. 24.27
Falso arco a Ugarit (Siria).



↓ Fig. 24.28
Tesoro di Atreo. Micene. Interno del *tholos*.



↑ Fig. 24.29
Le cupole coniche dei trulli di Alberobello (Bari).

Il trullo è una tipica costruzione della Puglia centro-meridionale, tradizionalmente usata dai contadini come ricovero temporaneo o abitazione permanente. Per la sua caratteristica copertura conica, in pietra a secco, costituisce la variante italiana delle *thòloi* micenee. I trulli furono costruiti probabilmente a partire dall’Età del bronzo; tuttavia, i più antichi ancora esistenti risalgono alla fine del XVII secolo. I Trulli di Alberobello sono stati dichiarati Patrimonio mondiale dell’Umanità dall’Unesco.

7 Gli effetti della “spinta”

In un trilito, il peso delle strutture sovrastanti viene scaricato sui piedritti verticalmente; questi vengono dunque sollecitati a compressione semplice. Vi sono tuttavia strutture in cui compaiono anche **azioni laterali**, chiamate **spinte**, che devono essere contrastate e possibilmente annullate [Fig. 24.30]. Tali strutture sono dette **spingenti** e tra queste si annoverano gli archi, le volte e le cupole.

Per capire, empiricamente, che cosa sono le spinte e quali sono i loro effetti, proviamo a immaginare di porre sopra due piedritti non un architrave orizzontale ma due elementi appoggiati fra di loro a V rovesciata. Esercitando un'azione verticale al vertice di questa struttura così ottenuta, questa tenderà ad aprirsi, perché i due elementi obliqui scivoleranno verso l'esterno ribaltando i piedritti, che dunque risulteranno “spinti”

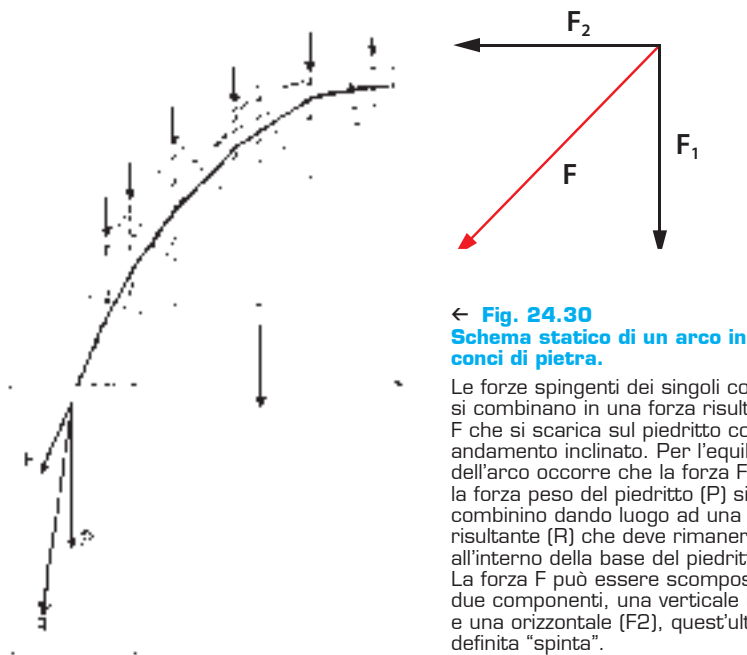
[Fig. 24.31]. Ciò accadrà perché su di essi verrà esercitata una forza non perpendicolare ma inclinata.

La spinta può essere assorbita in diversi modi:

- **affiancando più strutture spingenti**, ad esempio molti archi, come nel caso degli acquedotti romani. In questo caso, infatti, spinte uguali e contrarie si annullano reciprocamente [Fig. 24.32];

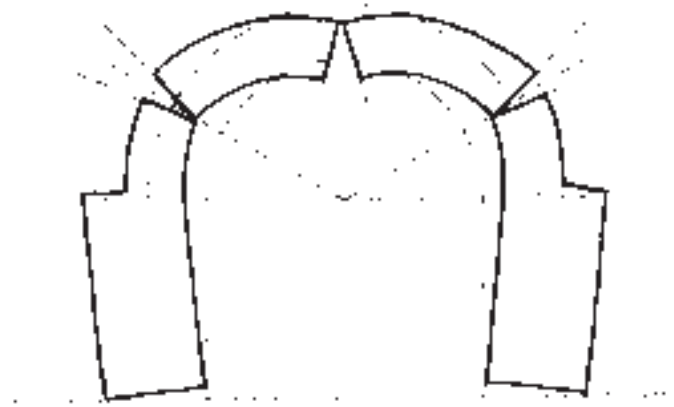
- realizzando muri e pilastri, in muratura massiccia e pesante, che si oppongono al ribaltamento per effetto del peso proprio [Fig. 24.58]; in questo caso si parla di **resistenza passiva dei piedritti**;

- costruendo, laddove la struttura risulta più debole, muri di rinfianco o contrafforti (grossi pilastri esterni all'edificio e



← Fig. 24.30
Schema statico di un arco in
conci di pietra.

Le forze spingenti dei singoli conci si combinano in una forza risultante F che si scarica sul piedritto con un andamento inclinato. Per l'equilibrio dell'arco occorre che la forza F e la forza peso del piedritto (P) si combinino dando luogo ad una forza risultante (R) che deve rimanere all'interno della base del piedritto. La forza F può essere scomposta in due componenti, una verticale (F_1) e una orizzontale (F_2), quest'ultima definita “spinta”.



↑ Fig. 24.31
Esempificazione grafica della deformazione subita da un arco
sottoposto a spinte che non siano sufficientemente contrastate
dal peso proprio dei piedritti.

→ Fig. 24.32
Il Pont du Gard, 19 a.C.
ca. Nîmes (Francia).

L'Acquedotto di Nîmes in Francia è uno degli acquedotti romani più famosi. Arrivato fino a noi in ottimo stato di conservazione, consentiva il passaggio sul fiume Gardon con il suo Pont du Gard. Infatti, oltre che a trasportare l'acqua nella parte superiore, questo acquedotto assolveva anche alla funzione di ponte stradale nel livello inferiore.



aderenti ai muri perimetrali). In questo modo si realizzano delle **controspinte esercitate dalle strutture affiancanti**. In età gotica si affermò l'uso di archi rampanti [Fig. 24.53], ossia semiarchi esterni che puntellano letteralmente la struttura nei punti critici;

■ mediante l'impiego di **tiranti in acciaio**, detti catene [Fig. 24.33], che si fissano alle estremità degli archi costituenti la volta in modo da eliminare la spinta grazie alla loro resistenza a trazione. Questo ultimo metodo è ancora oggi largamente usato per consolidare antiche strutture, essendo assai efficace e molto economico.

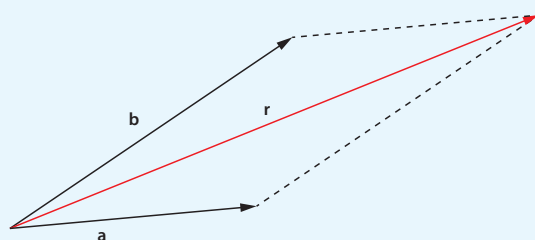
→ Fig. 24.33
Doppia catena sull'Arco di Gallieno. Roma.



Si definisce **risultante dei carichi** la **somma delle forze** agenti su un certo elemento strutturale o su un intero sistema strutturale. Essa è a sua volta una forza, rappresentabile come un vettore, dotato di direzione, verso e modulo. Nelle strutture spingenti, la risultante dei carichi applicata ai piedritti non è perpendicolare ma **inclinata**. Sappiamo che, in fisica, la somma di due vettori (a e b) che hanno lo stesso punto

di applicazione è quel vettore (r) che corrisponde alla diagonale del parallelogramma di cui i vettori da sommare

costituiscono i lati. Per lo stesso principio, applicando questa **regola del parallelogramma**, un qualunque vettore



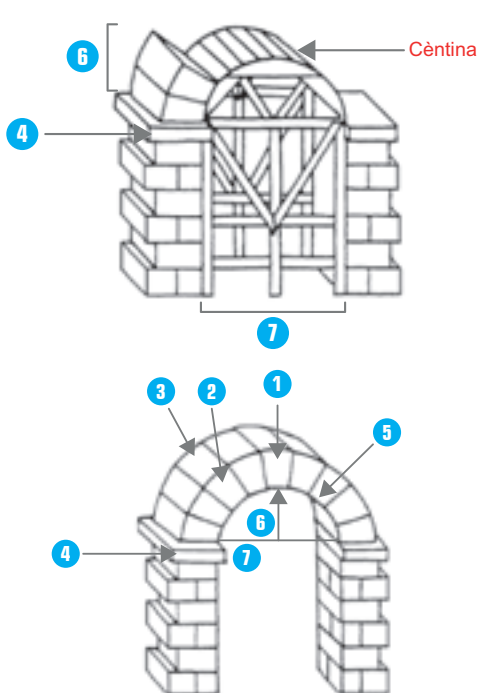
può essere scomposto in altri due vettori costituenti. La risultante dei carichi inclinata è scomponibile in un **vettore verticale** e in un **vettore orizzontale**: il primo sollecita il piedritto a compressione semplice, il secondo è la spinta che tende a far ribaltare il piedritto verso l'esterno. Quanto più la forza inclinata tenderà alla verticale, tanto minore sarà il modulo della sua componente di spinta.

8 Il principio costruttivo dell'arco

L'**arco** è un elemento strutturale bidimensionale di forma curvilinea, che si appoggia su due piedritti (colonne, pilastri, porzioni di muro) ed è sospeso su uno spazio vuoto. È considerato un'efficace alternativa all'architrave del sistema trilitico. L'arco è costituito da **conci in pietra** opportunamente sagomati a forma trapezoidale (per questo sono anche detti cunei), oppure da **mattoni pieni**; i giunti dei conci e dei mattoni sono disposti in maniera radiale, ossia la loro direzione converge verso un ipotetico centro. I conci in pietra riescono a mantenersi in equilibrio anche senza leganti, giacché si contrastano reciprocamente per effetto della loro forma. Il cuneo centrale, che chiude l'arco, è fondamentale perché mette in atto le spinte di contrasto; comunemente è chiamato chiave d'arco o **chiave di volta**. I mattoni, avendo sezione rettangolare e non trapezoidale, richiedono necessariamente l'impiego della malta per rimanere uniti.

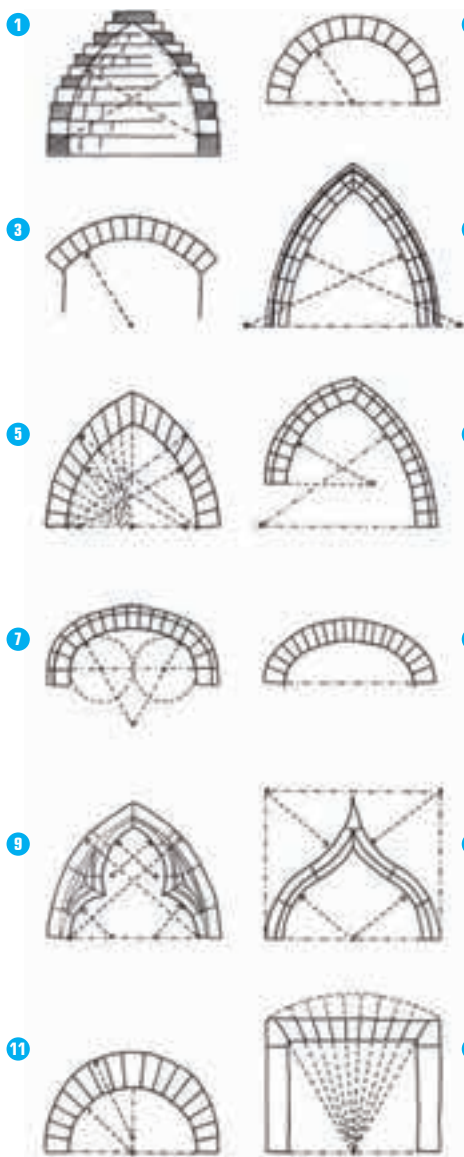
→ Fig. 24.34
Schema grafico di un arco in conci di pietra.





↑ ← **Fig. 24.35**
Elementi costitutivi di un arco e costruzione con la cèntina.

1. Chiave di volta; 2. Cuneo; 3. Estradosso; 4. Piedritto; 5. Intradosso; 6. Freccia; 7. Corda o luce (o interasse).



← **Fig. 24.36**
Schemi delle principali tipologie di archi.

1. Falso Arco (conci aggettanti); 2. Arco a tutto sesto; 3. Arco a sesto ribassato; 4. Arco a sesto acuto; 5. Arco acuto italiano; 6. Arco rampante; 7. Arco a tre centri; 8. Arco ellittico; 9. Arco acuto trilobato; 10. Arco inflesso; 11. Arco fiorentino; 12. Piattabanda.



↑ **Fig. 24.37**
Falso arco (sovrapposizione di pietre), mura poligonali di Arpino (Frosinone).

Sia per costruire un arco in pietra, sia per l'arco di mattoni, è necessario predisporre una particolare impalcatura di legno, detta **cèntina**, che presenta la forma dell'arco ma in negativo. I conci o i mattoni si appoggiano sopra la curvatura della cèntina fino a quando l'arco non è perfettamente compiuto, quindi l'impalcatura viene smontata.

La retta orizzontale che passa dove terminano i piedritti e inizia l'arco è chiamata **linea d'imposta**. La faccia anteriore dell'arco è detta **archivolto**, la sua superficie superiore (di solito nascosta dal muro che circonda l'arco, detto rinfianco) è l'**estradosso**, quella inferiore l'**intradosso**. Si chiama **linea di estradosso** la linea che delimita l'arco superiormente, mentre la **linea d'intradosso** è quella che lo delimita inferiormente. La distanza massima verticale tra la sommità dell'intradosso e la linea d'imposta dell'arco è chiamata **freccia** (o saetta o monta); la distanza fra i due piedritti è invece detta **luce** (come nel trilito) e si misura sulla linea d'imposta. La distanza tra le linee di intradosso ed estradosso costituisce lo **spessore** dell'arco; invece, la sua **larghezza** (o profondità) si misura dall'intradosso.

Gli archi possono essere **classificati in base alla loro forma geometrica**. I più importanti, e quelli più diffusi nell'architettura occidentale, sono l'arco a tutto sesto, l'arco ribassato, l'arco a sesto acuto, l'arco rampante. Altre tipologie di archi sono: arco trilobato, rialzato, ogivale inflesso, ellittico e parabolico.

L'**arco a tutto sesto** (sesto è l'antico nome del compasso) è semicircolare. Viene anche chiamato "a pieno centro", perché il centro verso il quale convergono le linee dei giunti dei conci o dei mattoni si trova sulla linea d'imposta. È la tipologia più semplice e diffusa di arco, sia nell'architettura del mondo antico sia in quella occidentale dal Medioevo (con eccezione



↑ **Fig. 24.38**
L'Arco di Costantino, a Roma, con tre archi a tutto sesto.

L'Arco di Costantino a Roma fu eretto nei pressi del Colosseo nel 315 d.C. Questo grandioso arco di trionfo a tre fornici, ossia a tre aperture, costituisce uno dei capolavori assoluti della tarda antichità. È infatti interamente rivestito da pannelli e tondi scolpiti a bassorilievo, molti dei quali realizzati in epoca precedente e recuperati da monumenti dedicati ad altri imperatori.

dell'età gotica) sino al XX secolo. Nell'**arco ribassato**, invece, il centro verso cui tendono le linee dei giunti dei conci si trova più in basso della linea d'imposta. Ne consegue che, a parità di larghezza della luce, rispetto a un arco a tutto sesto quello ribassato presenta un'apertura più bassa. L'**arco a sesto acuto** (detto, comunemente, anche se impropriamente, **ogivale** o "a ogiva"), è un arco bicentrico, in quanto la sua forma è ottenuta dall'intersezione di due archi di circonferenza uguali. La **piattabanda** è un elemento architettonico strutturale che presenta caratteristiche in comune fra quelle dell'architrave e quelle dell'arco. Infatti, appare molto simile a un architrave ma da un punto di vista statico si comporta più come un arco. La piattabanda, infatti, viene usata come elemento orizzontale al culmine di porte e finestre, è rettilinea come l'architrave ma a differenza di questo non è monolitica (cioè formata da un solo blocco di pietra) bensì formata da conci trapezoidali o da mattoni (come l'arco) i cui giunti sono convergenti verso un ideale centro posto più in basso. Come nel caso dell'arco,



↑ Fig. 24.39
Archi a tutto sesto nella basilica di San Simeone Stilite a Qalaat Semaan (Siria).

La Basilica di San Simeone Stilite a Qalaat Semaan è il primo convento cristiano costruito in Siria. Si trovava a circa 30 chilometri dalla città di Aleppo. Sorto nel V secolo, nel luogo in cui era vissuto e morto Simeone Stilite il Vecchio, primo asceta cristiano, era un enorme complesso costruito da quattro basiliche disposte in modo da formare una croce. Ogni basilica era a tre navate, lunga 32 metri e larga 24.



→ Fig. 24.41
Archi ribassati. Castello di Blois (Francia).

↓ Fig. 24.42
Nicchie ad arco ogivale nel complesso del Mausoleo Gur-i-Mir a Samarcanda.

Il Mausoleo Gur-i-Mir è la tomba monumentale del conquistatore mongolo Timur, meglio conosciuto in occidente come Tamerlano, e si trova nella città di Samarcanda, nell'attuale Uzbekistan. La parte più antica di questo complesso fu costruita verso la fine del XIV secolo.



↑ Fig. 24.43
Archi ogivali nei resti del Convento do Carmo a Lisbona (Portogallo).



← Fig. 24.44
Archi a sesto
acuto e trilobati
nel portale della
Basilica di San
Francesco ad
Assisi.



← Fig. 24.46
Particolare di una piattabanda.
Mercati Traianei, Roma.



↓ Fig. 24.47
Piattabanda. Palazzo di
Diocleziano, Spalato (Croazia).



↓ Fig. 24.45
Archi inflessi e
polilobati della
Cattedrale di
Amiens (Francia).



← Fig. 24.48
L'arco della Porta Rosa di Elea-Velia
(Salerno).

La città magnogreca di Elèa, poi chiamata Velia dai Romani, fu fondata nella seconda metà del VI secolo a.C. su di un promontorio in un'area che oggi fa parte del Parco Nazionale del Cilento (in provincia di Salerno), Patrimonio Unesco dell'Umanità.



↓ Fig. 24.49
Porta dell'Arco di Volterra.

La Porta dell'Arco di Volterra, risalente al III-II secolo a.C., apriva le mura dell'antica città etrusca. Era decorata da sculture raffiguranti teste che certamente avevano un valore simbolico-religioso.

i giunti o i mattoni di una piattabanda tendono a scaricare il peso sui piedritti, lasciando più scarico il centro. La sostanziale differenza tra l'architrave e la piattabanda è che mentre il primo sollecita i piedritti a semplice compressione, la seconda è un elemento strutturale spingente, che genera sui sostegni azioni laterali. La piattabanda è più economica di un architrave monolitico, essendo costituita da singoli pezzi; per questo è stata frequentemente impiegata, soprattutto durante il Medioevo.

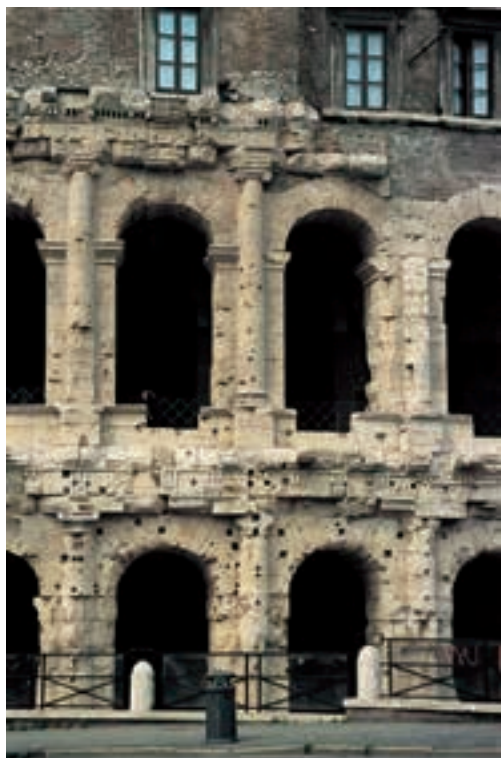
Le prime strutture ad arco furono realizzate in Mesopotamia (l'esempio più antico tra quelli noti risale al IV millennio a.C.) e, quasi contemporaneamente, in Egitto, dove tuttavia l'arco non ebbe grande fortuna. Assiri e Babilonesi utilizzarono frequentemente l'arco a tutto sesto per coprire i canali di scolo e i condotti sotterranei e soprattutto per aprire le grandi porte dei palazzi e delle mura urbane. I Greci non utilizzarono l'arco, che pure conoscevano, perché non amarono mai le strutture curvilinee e ritennero che i rigorosi rapporti geometrico-proporzionali garantiti dal sistema colonne-architrave meglio rispecchiassero la loro concezione estetica. Troviamo nel mondo greco solo alcune porte cittadine ad arco (come la Porta Rosa di Elea), alcune volticciole di sostegno nei crepidoma dei templi, alcuni archi di rinforzo nelle mura urbane.

L'arco a tutto sesto in muratura venne adottato sistematicamente, in Italia, dagli Etruschi, che lo usarono per aprire le porte delle loro città (come nel caso di Volterra). I Romani, che lo ereditarono dagli Etruschi, scelsero di usarlo sistematicamente; anzi, possiamo ben dire che l'intera architettura romana trovò la sua specifica identità, rispetto al mondo greco,

proprio grazie all'arco. Sfruttando gli eccezionali vantaggi statici offerti da questa struttura, i Romani riuscirono a realizzare i loro grandiosi acquedotti e i loro edifici monumentali, come i teatri e gli anfiteatri (ad esempio il Teatro di Marcello e il Colosseo a Roma). Gli Archi di Trionfo, monumenti celebrativi eretti in onore degli imperatori, non hanno alcuna funzione pratica ma non a caso sfruttano la forma amata dell'apertura arcuata. Gli archi romani vennero impostati solo su pilastri e mai su colonne (le quali dovevano, invece, sostenere le trabeazioni, alla maniera greca) e questo per non violare una norma estetica oramai consolidata.

In età paleocristiana, invece, archi a tutto sesto vennero impostati anche sui capitelli delle colonne, ad esempio nei colonnati delle prime grandi basiliche (vedi la Basilica di Santa Sabina a Roma). L'arco a tutto sesto caratterizzò fortemente anche

l'architettura romanica e quindi buona parte dell'età medievale: lo ritroviamo nelle navate delle chiese, nei portali, negli archi trionfali (quelli che sottolineano l'apertura della navata centrale sulla crociera), nei chiostri, nelle facciate e nelle pareti laterali esterne come motivo decorativo. In età gotica, invece, prevalse l'adozione dell'arco a sesto acuto il quale, esercitando una minore azione di spinta sui sostegni verticali, consentì di realizzare strutture più snelle, più alte e più leggere, aperte da grandi finestre colorate. All'esterno delle chiese gotiche comparvero gli archi rampanti, così chiamati perché presentano due diverse linee d'imposta. Essi hanno lo scopo di contrastare le spinte delle volte dall'esterno e, per così dire, di puntellare la chiesa nei suoi punti di maggiore criticità. L'arco a sesto acuto non era stato inventato dagli architetti europei del XII secolo ma semplicemente adottato dalla cultura



← **Fig. 24.50**
Teatro di Marcello. Roma. Particolare del lato nord-est.

Il Teatro di Marcello fu il più importante teatro di Roma. Costruito alla fine del I sec. a.C., poteva contenere sino a 20.000 spettatori e presenta, ancora oggi, una facciata curvilinea in travertino, aperta da due livelli di arcate incorniciate da ordini architettonici.

↑ **Fig. 24.51**
Il Colosseo a Roma.

L'Anfiteatro Flavio, o Colosseo, fu edificato per iniziativa di Vespasiano a partire dal 72 d.C., nell'area precedentemente occupata dal lago artificiale della *Domus Aurea* di Nerone. L'edificio fu completato da Tito, che aggiunse il terzo e quarto ordine di posti, e inaugurato nell'80. Con i suoi 68.000 posti a sedere e i 5.000 posti in piedi, è stato il più importante anfiteatro del mondo romano.



← **Fig. 24.52**
Basilica di Santa Sabina a Roma.

La Basilica di Santa Sabina, costruita fra il 422 e il 432 a Roma, sul colle Aventino, è stata una delle basiliche più sontuose dell'intera età paleocristiana. I suoi colonnati interni sostengono una elegante sequenza di archi.

→ **Fig. 24.53**
Archi rampanti della Cattedrale di Notre-Dame a Parigi.





← **Fig. 24.54**
Arco a ferro di cavallo
nel Mihrab della Grande
Moschea di Cordova
(Spagna).

La Grande Moschea di Cordova, oggi Cattedrale dell'Immacolata Concezione di Maria Santissima, è uno dei più celebrati capolavori architettonici dell'Andalusia. Prestigiosa testimonianza della lunga presenza islamica in Spagna (dall'VIII al XIII secolo), fu costruita a partire dall'VIII secolo e ingrandita per tre volte, fino a diventare, con i suoi 23.000 m², la più grande moschea araba di quel tempo.



↑ **Fig. 24.56**
L'arco parabolico del Gateway Arch. Saint Louis (Usa).

Il Gateway Arch, oggi simbolo di St. Louis nel Missouri, è stato progettato dall'architetto Eero Saarinen in collaborazione con l'ingegnere strutturale Hannskarl Bandel nel 1947, e la sua costruzione durò quasi tre anni, dal 1963 al 1965. È alto 192 metri e misura altrettanto alla base. È dunque l'arco più alto del mondo. Le sue sezioni hanno la forma di triangoli equilateri; le pareti sono in cemento e acciaio inossidabile. L'interno dell'arco è cavo: i visitatori, grazie a una serie di carrelli su rotaia, possono arrivare fino in cima.



↑ **Fig. 24.55**
Filippo Brunelleschi, San Lorenzo. Firenze. Interno.

La Basilica di San Lorenzo a Firenze fu iniziata nel 1421 per iniziativa di Giovanni di Bicci dei Medici su progetto di Filippo Brunelleschi che tuttavia, stanco dei continui diverbi con il committente, abbandonò poi il cantiere. Fu dunque Antonio Manetti Ciaccheri a completare la navata, con la sua elegante sequenza di archi su colonne, e ad aggiungere le cappelline laterali.

→ **Fig. 24.57**
Antoni Gaudí, archi
parabolici nella Casa
Batló. Barcellona.

La Casa Batlló a Barcellona è uno dei capolavori dell'architetto Antoni Gaudí. È stata dichiarata Patrimonio dell'Umanità dall'Unesco. Fu commissionata nel 1904 da un ricco industriale del settore tessile e costruita entro il 1907.



architettonica araba, che ne sfruttava i vantaggi strutturali già da secoli. Tipico dell'architettura musulmana è anche l'arco a sesto rialzato, o a ferro di cavallo.

A partire dal Rinascimento, con il recupero del linguaggio antico, e fino all'età neoclassica, si tornò a usare l'arco a tutto sesto, sostenuto da colonne e pilastri che rispettavano le

regole degli ordini architettonici greco-romani. In tal senso fu pionieristica l'architettura di Filippo Brunelleschi, non a caso considerato l'ispiratore della nuova stagione classicistica. L'età moderna ha visto l'adozione di nuove forme di archi, come quello parabolico, adottato per esempio dall'architetto Antoni Gaudí per i suoi edifici di Barcellona.

9 Il principio costruttivo delle volte semplici

L'arco è la componente fondamentale delle **volte**, che sono strutture tridimensionali in muratura adottate, sin dall'antichità, per coprire gli spazi interni degli edifici. Le volte condividono con gli archi molti elementi: i metodi di costruzione, la nomenclatura e soprattutto il comportamento statico: essendo (come gli archi) delle strutture spingenti, esse generano spinte laterali sui loro sostegni, sicché i costruttori hanno dovuto trovare degli accorgimenti

compensativi capaci di garantire agli edifici il necessario equilibrio.

Sono considerate **volte “vere e proprie”** quelle create in muratura, costruite con elementi lapidei o laterizi sagomati a forma di cuneo i cui giunti sono orientati verso un punto centrale (allo stesso modo dell'arco). Sono dette **volte “apparenti”**, o “improprie” (talvolta, genericamente, “coperture a guscio”), quelle realizzate con il calcestruzzo colato nelle casseforme

(o, ai nostri giorni, quelle in cemento armato). Le volte sono inoltre classificate in “volte semplici” e “volte composte”. Le **volte semplici** sono generate, sotto il profilo geometrico, da un arco traslato lungo una direttrice (“volta di traslazione”) oppure ruotato attorno al suo asse di simmetria (“volta di rotazione”). Tra le volte semplici, le più diffuse sono quelle a botte, a cupola e a vela.

La **volta a botte** è la più tipica volta semplice ed è stata a lungo utilizzata per coprire spazi rettangolari. Si può considerare come una sequenza, potenzialmente infinita, di archi accostati uno dietro l'altro. In base alla forma dell'arco generatore, una volta a botte può essere: **a tutto sesto** (quando il centro verso cui convergono le rette dei giunti si trova sul piano d'imposta), **ribassata** (quando il centro ha una quota più bassa rispetto al piano d'imposta), **rialzata** (quando il centro è più in alto rispetto a piano d'imposta), **ogivale** (quando è costruita partendo da un arco a sesto acuto). Quando i muri su cui si imposta la volta a botte seguono un andamento circolare questa viene detta **anulare**.

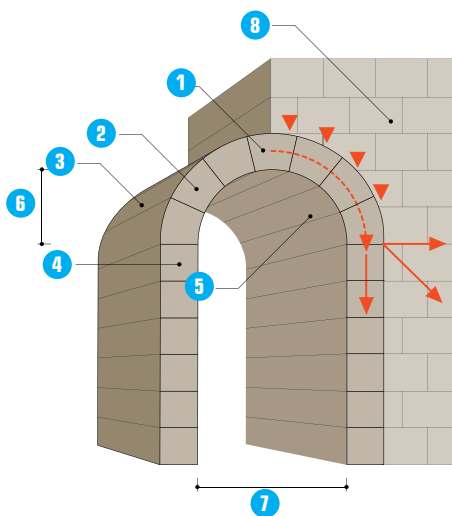
La volta a botte fu inventata in Mesopotamia e la sua diffusione coincise totalmente con quella dell'arco che la genera.

In fondo, possiamo già considerare equivalente di una volta a botte ogni arco che presenta una certa profondità. Nell'antica Roma furono coperti con volte a botte molti edifici monumentali, come la Basilica di Massenzio a Roma. Negli ambulatori del Colosseo troviamo volte a botte anulari. Si deve osservare che tutte le volte (e le cupole) romane furono realizzate in calcestruzzo e non in pietra o mattoni. Per questo motivo, esse vengono definite, più correttamente, “volte a guscio”, essendo di fatto calotte monolitiche appoggiate sulle murature o sui sostegni verticali.

In età paleocristiana le coperture a volta vennero abbandonate a vantaggio dei più leggeri ed economici tetti in legno. Nell'Alto Medioevo, la volta a botte fu nuovamente adottata per coprire le navate centrali delle chiese ma cadde presto in disuso e sostituita dalle **volte a crociera**. Troviamo poche eccezioni nell'ambito dell'architettura romanica, soprattutto francese. Durante il Rinascimento (e ancora in età barocca e neoclassica), la volta a botte venne talvolta adottata per emulazione dei modelli antichi: Leon Battista Alberti coprì con volte a botte la sua Basilica di Sant'Andrea a Mantova; Michelangelo voltò a botte la sua Basilica di San Pietro a Roma.

→ Fig. 24.58
Volta a botte: elementi costitutivi.

1. Chiave di volta; 2. Cuneo;
3. Estradosso; 4. Piedritto;
5. Intradosso; 6. Freccia;
7. Corda o interasse; 8. Rinfianco.



→ Fig. 24.59
Volta a botte cassettonata. Particolare dalla Basilica di Massenzio a Roma.



→ Fig. 24.60
Volte a botte a sesto acuto nell'Abbazia di Fontenay (Francia).

L'Abbazia di Fontenay venne fondata nel 1118 da Bernardo di Chiaravalle in una piccola valle a 60 chilometri da Digione, in Francia. Raggiunse la sua massima prosperità nel XII e XIII secolo.

→ Fig. 24.61
Volte a botte, a tutto sesto, con costoloni. Basilica di Saint-Sernin, Tolosa (Francia).

La Basilica di Saint-Sernin (o San Saturnino) a Tolosa, nel sud della Francia, è uno dei massimi esempi di architettura romanica in Europa. Edificata intorno alla fine del IV secolo, divenne una delle principali tappe sulla via di pellegrinaggio per Santiago de Compostela. Tra il 1070 e il 1080 iniziò la sua ristrutturazione, che la trasformò nella chiesa attuale. I lavori durarono cento anni e si conclusero nel 1180. Altre modifiche vennero apportate tra il XIV e il XVI secolo.



↓ **Fig. 24.62**
Volta a botte cassettonata, Villa medicea di Poggio a Caiano (Prato), XV-XVI sec.
Particolare di un portico.

La Villa medicea di Poggio a Caiano, presso Prato, in Toscana, fu commissionata da Lorenzo il Magnifico all'architetto Giuliano da Sangallo verso il 1480. Alla morte di Lorenzo, nel 1492, i lavori subirono un temporaneo arresto; vennero portati a termine tra il 1513 e il 1520 su iniziativa di papa Leone X, figlio del magnifico. La villa, capolavoro di classicismo rinascimentale, divenne un modello di residenza signorile di campagna nei secoli successivi.



↓ **Fig. 24.63**
Volte a botte cassettonate. Basilica di Sant'Andrea a Mantova.

La Basilica di Sant'Andrea a Mantova fu costruita su progetto di Leon Battista Alberti ma quasi interamente dopo la morte del suo autore, a partire dal 1470 circa. Presenta una pianta a croce latina con una sola navata su cui si affacciano cappelle laterali rettangolari, separate fra loro da grandi setti murari. Le cappelle e la navata sono coperte da volte a botte cassettonate, sull'esempio della Basilica di Massenzio, capolavoro di architettura romana tardoantica.



↓ **Fig. 24.64**
Volta a botte cassettonata. Basilica di San Pietro, Roma.



← **Fig. 24.65**
Volta a botte ribassata, con lunette. Cappella Sistina. Roma.

Il progetto architettonico della Cappella Sistina in Vaticano fu elaborato nel 1473 da Baccio Pontelli su commissione di papa Sisto IV. Presenta una pianta quadrilatera ed è coperta da una volta a botte ribassata con lunette, affrescata da Michelangelo tra il 1508 e il 1512.

→ **Fig. 24.66**
Volta a botte dello Studiolo di Francesco I. Palazzo Vecchio, Firenze.

Lo Studiolo di Francesco I, uno degli ambienti più famosi di Palazzo Vecchio a Firenze, venne commissionato dal Granduca Francesco I dei Medici, che affidò l'incarico della sua realizzazione a Giorgio Vasari. Ricavato in un piccolo ambiente, oggi comunicante con il Salone dei Cinquecento, ospitava una speciale collezione di materiali e oggetti particolari.



La **cupola** è una volta semplice a calotta, dotata di una perfetta simmetria centrale. La cupola più tipica è a base circolare e geometricamente si ottiene dalla rotazione di un arco a tutto sesto o a sesto acuto. Nel primo caso è detta **emisferica** perché presenta la forma di mezza sfera. Sono tuttavia definite cupole anche le volte a calotta con base ellittica o poligonale.

Una **cupola poligonale**, detta anche a **padiglione**, è costituita da spicchi o fusi, ciascuno dei quali corrisponde a un lato della base. Così come l'arco, una cupola è costruita per mezzo di conci trapezoidali, o cunei, i cui giunti sono orientati verso un unico centro ideale. È possibile costruire una cupola anche in mattoni pieni uniti da malta. L'**intradosso di una cupola** (ossia la superficie interna) è sempre visibile, anche se talvolta è coperto da mosaici, affreschi o stucchi; l'**estradosso** (ossia la sua superficie esterna) può essere nascosto da un

tiburio, un elemento architettonico cilindrico, cubico, parallelepipedo o prismatico, che racchiude la cupola al suo interno coprendola con un tetto a spioventi. Il tiburio fu ampiamente adottato nell'architettura sacra bizantina, romanica e gotica; è ancora presente in alcuni edifici rinascimentali e barocchi. Se la cupola è interamente visibile è detta **estradosata**.

La cupola è una struttura fortemente spingente e crea spinte laterali su tutta la sua linea d'imposta. Per ovviare a questo problema, i costruttori hanno nei secoli trovato molti accorgimenti, quali spessori, contrafforti, cerchiature, catene e tiranti. La presenza del tiburio contribuisce indubbiamente a contenere l'azione delle forze che è rivolta verso l'esterno. Tiburio e cupola estradosata sono generalmente concluse da una **lanterna**, una sorta di piccolo edificio a pianta circolare o poligonale. La funzione della lanterna è quella di dare luce



↑ **Fig. 24.67**
Pantheon, Roma. Interno.

Il Pantheon, tempio di tutti gli dei, è uno dei templi più grandiosi di Roma e l'edificio antico meglio conservato. Fondato nel 27 a.C. da Agrippa, genero di Augusto, venne ricostruito dall'imperatore Adriano tra il 120 e il 124 d.C. La cupola della sua cella circolare costituì un modello per gli architetti del Rinascimento.



↑ **Fig. 24.68**
Moschea della Roccia di Omar a Gerusalemme, con la sua cupola.

La Moschea della Roccia è un importantissimo santuario islamico di Gerusalemme, il terzo edificio religioso più sacro del mondo islamico. Fu completata nel 691 ed è forse l'edificio islamico più antico del mondo ancora oggi esistente.



← **Fig. 24.70**
Cupola del Duomo di Ancona, interno.

Il Duomo di Ancona, dedicato a san Ciriaco, venne costruito, nelle attuali forme bizantineggianti, tra la fine del XII e la prima metà del XIII secolo. Anche l'alta cupola di foggia bizantina fu ricostruita in epoca gotica, sui modelli della Basilica di Sant'Antonio da Padova e di San Marco a Venezia.

← **Fig. 24.69**
Chiesa di San Giovanni degli Eremiti a Palermo.

La Chiesa di San Giovanni degli Eremiti, costruita tra il 1142 e il 1148 a Palermo, è un esempio di permanenza culturale araba in età normanna. Infatti, all'esterno si presenta come un semplice volume ad andamento orizzontale con tetto piano da cui sbucano alte cupolette rosse.



alla cupola stessa, attraverso le sue finestre. La cupola può essere tuttavia illuminata anche direttamente, aprendo delle finestre sulla superficie della sua calotta o con finestrelle ricavate sopra la linea di imposta. Una cupola non è sempre costituita da una sola struttura muraria, che risulta molto pesante; spesso presenta una cupola interna, che ha lo stesso diametro dell'imposta, cui si sovrappone, all'esterno, una seconda cupola, più sottile e leggera, che ha il compito di proteggere l'altra. Tra le due cupole, un sistema di scale consente di salire fino alla lanterna.

Esistono cupole che differiscono abbastanza dalla forma emisferica tipica della cultura occidentale. Ne ricordiamo solo due: le **cupole a bulbo**, dal corpo rialzato e strombato e dal tipico coronamento a punta, molto diffuse nell'Europa centrale e in Russia; le **cupole rialzate**, con un profilo inizialmente rettilineo, tipiche dell'architettura musulmana e indiana.

L'invenzione della cupola è stata per lungo tempo attribuita ai Romani; oggi si ritiene che le prime cupole, come gli archi e le volte, siano state costruite in Mesopotamia (i Micenei costruirono solo pseudocupole, che hanno struttura e comportamento statico differenti). È tuttavia indubbio che i primi grandi costruttori di cupole siano stati i Romani. Presentavano coperture a cupola le celle dei templi rotondi e dei ninfei, alcune sale delle grandi terme e dei grandi palazzi imperiali, come la *Domus Aurea* di Nerone, i mausolei a pianta circolare, come quello di Santa Costanza. È giunta intatta fino a noi la grandiosa cupola del Pantheon, realizzata in calcestruzzo, che costituì un modello per tutti gli architetti dei secoli successivi.

↓ **Fig. 24.71**
Cupole della Basilica di San Marco a Venezia.

La Basilica di San Marco, emblema di Romanico italiano d'influenza bizantina, sorse nell'828, sul modello della Basilica dei Santi Apostoli di Costantinopoli. Fu poi ricostruita a partire dal 1063 e consacrata nel 1094 ma con forme ancora bizantine. Ha una pianta a croce greca con le navate centrali coperte da cinque cupole e quelle laterali voltate a botte.



In età paleocristiana furono coperti a cupola i battisteri; i bizantini fecero ampio ricorso alle cupole, che anzi caratterizzano fortemente le loro architetture. Una cupola grandiosa, paragonabile a quella del Pantheon, è proprio quella bizantina della Chiesa di Santa Sofia a Costantinopoli, oggi Istanbul [Fig. 22.18]. Questa famosissima volta presenta una soluzione mai utilizzata durante l'età imperiale romana: è infatti sostenuta da quattro pennacchi che consentono la transizione dalla forma quadrata della base dei piloni a quella emisferica. Inoltre, è irrobustita da archi longitudinali diametrali (quindi intersecantesi nella chiave di cupola) che ne innervano la struttura. Questa particolare soluzione è detta a ombrello. Anche le tecniche costruttive impiegate dagli architetti bizantini rappresentarono una novità: essi, infatti, non realizzarono più le loro cupole in *opus caementicium* ma interamente in muratura (mattoni legati con malta). Frequente fu il ricorso a un particolare sistema che prevedeva l'uso di tubi di terracotta vuoti inseriti l'uno nell'altro e disposti a spirale nello spessore della calotta: una soluzione che troviamo, per esempio, nella cupola della chiesa di San Vitale a Ravenna. Anche gli Arabi costruirono in questo medesimo periodo maestose cupole, tra le quali la più famosa è la Cupola della Roccia a Gerusalemme, probabilmente l'edificio islamico più antico del mondo ancora oggi esistente.

Nel Medioevo si perse gradualmente l'abitudine a edificare grandi cupole. Continuarono a essere coperti a cupola, tuttavia, i battisteri e le cappelle palatine, e cupole di una certa importanza coprirono la grande crociera delle cattedrali, ossia l'intersezione del corpo longitudinale con il transetto. Aprì la stagione rinascimentale la costruzione della grandiosa cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze, capolavoro di Filippo Brunelleschi, considerata l'impresa costruttiva più importante del XV secolo. Le dimensioni della cupola di Brunelleschi non sono mai più state superate da una cupola in muratura tradizionale. La cupola fiorentina ispirò Michelangelo quando



← **Fig. 24.72**
Cupola della Cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze.

La Cupola del Duomo di Firenze, capolavoro rinascimentale di Filippo Brunelleschi, è la più grande cupola in muratura mai costruita. La sua costruzione ebbe inizio nel 1420 e si concluse, ad esclusione della lanterna, nel 1436. Presenta una struttura a doppia calotta, ossia è costituita da due cupole distinte, una dentro l'altra, unite da ventiquattro speroni.

progettò la cupola della Basilica di San Pietro a Roma. Le cupole furono le strutture architettoniche caratterizzanti l'intera architettura barocca. Bernini ne costruì a pianta circolare ed ellittica; Borromini creò cupole complesse e fantasiose; Guarini creò strutture avveniristiche per l'epoca. A Londra, Wren coprì la Cattedrale di Saint Paul con una cupola ispirata a quella di San Pietro, che a sua volta ispirò quella settecentesca del Pantheon di Parigi e quella ottocentesca del Campidoglio

di Washington (la quale, tuttavia, non è in muratura ma sostenuta da una grande travatura in ghisa, rivestita esternamente con elementi classici). Il XX secolo ha visto la costruzione della cupola più grande di tutti i tempi: si tratta del Globen, un impianto polifunzionale che si trova a Stoccolma, in Svezia, e che presenta una struttura emisferica in acciaio, cemento e vetro il cui diametro raggiunge i 110 metri e che ha un'altezza interna di 85 metri.



↑ **Fig. 24.73**
Cupola della Basilica di San Pietro a Roma.

La Basilica di San Pietro in Vaticano venne costruita su progetto di Michelangelo a partire dal 1546. La cupola, realizzata dopo la morte del maestro, è una delle più vaste coperture in muratura mai costruite.



↑ **Fig. 24.74**
Jules Hardouin Mansart, Chiesa degli Invalidi, 1691-92. Parigi.



↑ **Fig. 24.75**
Sir Christopher Wren, Cattedrale di Saint Paul, 1675-1719. Londra. Vista laterale.



← **Fig. 24.77**
Filippo Juvarra, Interno della cupola della Basilica di Superga, 1715-31. Torino.



→ **Fig. 24.78**
George Bähr, Frauenkirche, 1726-43. Dresda.

↑ **Fig. 24.76**
Cupola del Duomo di Berlino. Interno.



→ **Fig. 24.80**
Stockholm Globe Arena, 1986-89. Stoccolma.

Il Globen, conosciuto come Stockholm Globe Arena o anche Ericsson Globe, è la più grande costruzione emisferica del mondo. Progettato dallo studio di architettura Berg Arkitektkontor, è costruito in acciaio, cemento e vetro, può ospitare oltre 14.000 spettatori per eventi sportivi e fino a 16.000 per spettacoli e concerti.

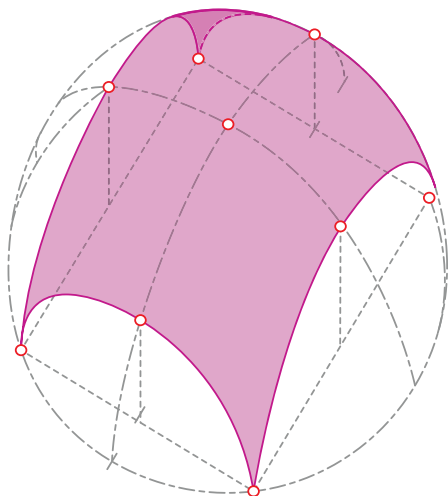


→ **Fig. 24.79**
Cupola del Campidoglio a Washington, 1851-65.

La **volta a vela** è una copertura assimilabile a una cupola ma a base quadrata. Può considerarsi, geometricamente, come un solido, ottenuto dall'intersezione di una mezza sfera con un prisma la cui base quadrata è inscritta nella base della semisfera. Nella sostanza, si ottiene idealmente dalla **sezione di una cupola emisferica con quattro piani verticali**, passanti per i muri o i piedritti di sostegno. Le volte

a vela furono già adottate nel Medioevo, come possiamo verificare nel trecentesco Palazzo della Ragione a Milano. Ma fu con il Rinascimento che questo tipo di copertura ebbe grande diffusione: Brunelleschi la utilizzò frequentemente, ad esempio, a Firenze, nel suo Portico degli Innocenti e nelle navate laterali delle basiliche di San Lorenzo e Santo Spirito.

↓ **Fig. 24.81**
Schema di una volta a vela.



← **Fig. 24.82**
Filippo Brunelleschi, Ospedale degli Innocenti, 1419-44. Firenze. Dettaglio di una delle arcate del portico con le volte a vela.

L'Ospedale degli Innocenti, progettato nel 1419 da Filippo Brunelleschi, fu il primo orfanotrofio d'Europa. Si affaccia sull'antistante Piazza della Santissima Annunziata con un elegantissimo portico a colonne, diviso in nove campate a pianta quadrata e coperte da volte a vela.

→ **Fig. 24.83**
Filippo Brunelleschi, Basilica di San Lorenzo, dal 1425 ca. Firenze. Particolare dell'interno con le volte a vela.



→→ **Fig. 24.84**
Filippo Brunelleschi, Basilica di Santo Spirito, dal 1428 ca. Firenze. Particolare dell'interno con le volte a vela.



↑ **Fig. 24.85**
Volta a vela della Cappella del Cardinale del Portogallo. Chiesa di San Miniato al Monte, XV sec. Firenze.

La Cappella del Cardinale del Portogallo è una cappella rinascimentale costruita nella chiesa romanica di San Miniato al Monte, a Firenze. Voluta dal cardinale Giacomo di Lusitania, membro della famiglia reale del Portogallo, e morto nel 1459, è probabile opera dei fratelli Antonio e Bernardo Rossellino. La cappella, a pianta quadrata, è coperta da una grande volta a vela decorata da medaglioni.

↓ **Fig. 24.87**
Volte a vela nella Cattedrale di Jaén (Spagna), dal 1494.

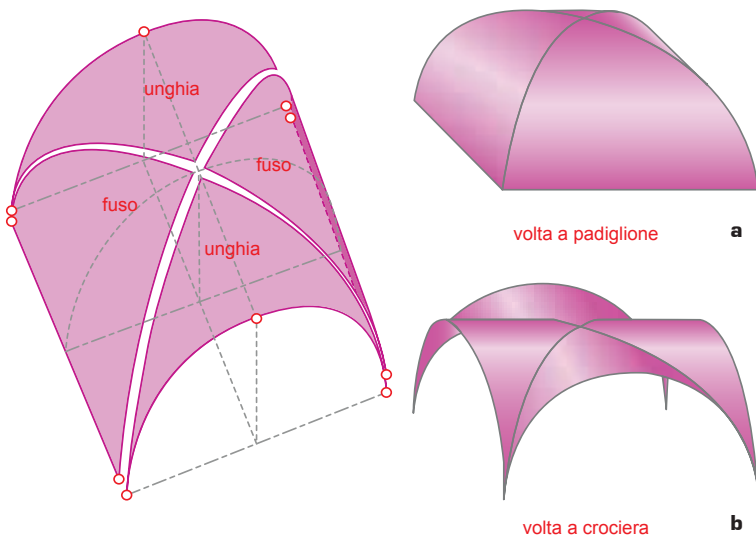


← **Fig. 24.86**
Volta a vela della Chiesa di San Fedele, XVI sec. Milano.

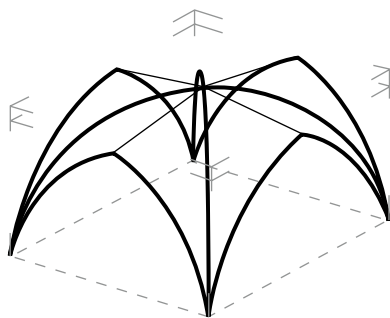
La Chiesa di San Fedele di Milano venne costruita nel XVI secolo per volontà di san Carlo Borromeo, che vi volle ospitare la Compagnia del Gesù. Il progetto venne affidato a Pellegrino Tibaldi nel 1569 che la completò dieci anni dopo. Nella navata, sei grandi colonne corinzie su alti piedistalli reggono due volte a vela gemelle.

10 Il principio costruttivo delle volte composte

Le **volte composte** sono generate da settori di volte semplici (come unghie, fusi, spicchi) uniti lungo **linee di intersezione**, che costituiscono un irrigidimento e si concretizzano, sotto il profilo strutturale, in un vero e proprio sistema di archi. Mentre le volte semplici mostrano una sola superficie curva di intradosso, quelle composte presentano più superfici. La volta composta più importante e diffusa è la **volta a crociera**, formata geometricamente dall'intersezione di due volte a botte perpendicolari fra di loro. Di fatto, la struttura di una volta a crociera è costituita da un'ossatura di **quattro archi perimetrali e due archi trasversali diagonali**. Questi ultimi passano per il centro della volta, dove si trova una pietra a forma di cuneo o tronco di piramide detta **chiave di volta**, sono più grandi di quelli perimetrali e talvolta sono evidenziati da cordoli di pietra chiamati **nervature o costoloni**. Gli spazi tra questi sei archi sono detti spicchi, unghie o anche vele. Lo spazio coperto da una volta a crociera è delimitato dalle quattro colonne (o dai pilastri) che la sorreggono si chiama **campata**. I vantaggi presentati dalla volta a crociera rispetto alla volta a botte sono indubbi: le spinte, infatti, si canalizzano nei quattro angoli e si scaricano sui sostegni, diventando più facilmente controllabili.



↑ Fig. 24.88
Scomposizione di una volta a botte.



↑ Fig. 24.89
Volta a padiglione (a), composta da quattro fusi; volta a crociera (b), composta da quattro unghie.

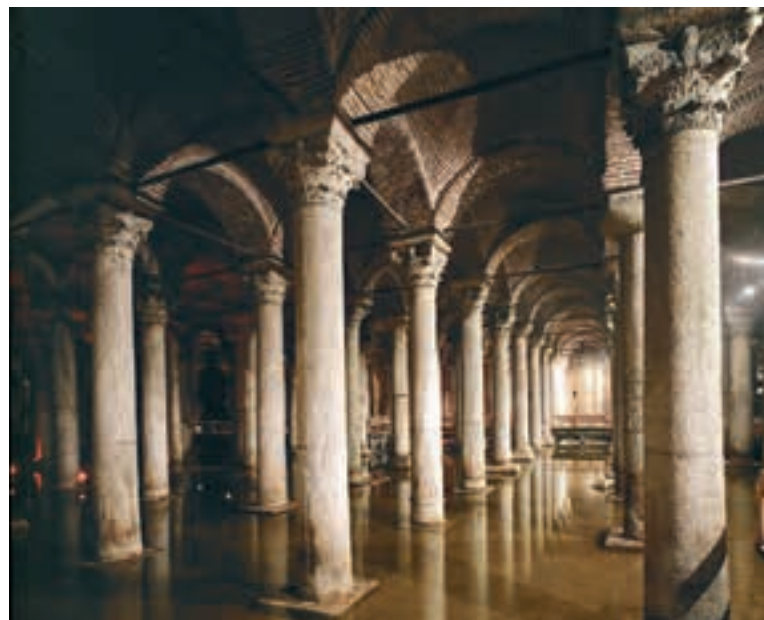
← Fig. 24.90
Struttura della volta a crociera a sesto acuto.

La volta a crociera venne inventata dai Romani che ne fecero ampio uso per coprire i grandi spazi delle loro architetture; poi venne sostanzialmente abbandonata in età paleocristiana e bizantina (esistono però alcuni esempi italiani, soprattutto in Romagna), per comparire nuovamente solo all'inizio dell'età romanica. La differenza essenziale tra le volte romane e quelle medievali è che le prime erano in calcestruzzo, le seconde in muratura: dunque, gli architetti medievali dovettero elaborare un metodo per riproporre la forma delle volte romane ma utilizzando tecniche costruttive differenti. La tipica volta a crociera romanica presenta i quattro archi laterali a tutto sesto e i due archi trasversali ribassati, in modo tale che la chiave di volta non risulti troppo alta rispetto alle chiavi d'arco, ossia ai vertici degli archi perimetrali. Se gli archi trasversali sono a loro volta a tutto sesto, la volta a crociera appare molto gonfia e viene definita "cupoloide". Per lo stesso motivo, è bene che la volta a crociera con archi laterali a tutto sesto copra uno spazio quadrato. Se la campata è rettangolare, i quattro archi perimetrali non sono tutti uguali e due chiavi d'arco cadono più in basso delle altre due (perché hanno diametro minore); ne consegue che gli archi dei lati corti devono assumere necessariamente una curvatura più slanciata.

Adottando l'arco a sesto acuto, in sostituzione di quello a tutto sesto, si ottiene una volta a crociera molto più funzionale. Innanzi tutto, nella **volta a crociera ogivale** le forze vengono scaricate secondo una direzione più vicina alla perpendicolare, sottoponendo i sostegni a spinte minori. Inoltre, le volte a

↓ Fig. 24.91
Volte a crociera nelle Cisterne di Yerebatan Sarayi a Istanbul, VI sec.

Le Cisterne di Yerebatan Sarayi, dette anche Cisterna Basilica, sono le più grandi cisterne della città di Istanbul. Furono costruite per volontà dell'imperatore Giustiniano nel 532. Si presentano come un enorme spazio sotterraneo di circa 140 metri per 70. Le grandi volte a crociera sono sostenute da dodici file di 28 colonne alte 9 metri e distanti l'una dall'altra quasi cinque metri.



crociera ogivali possono coprire agevolmente campate rettangolari o trapezoidali, permettendo soluzioni planimetriche del tutto nuove: gli archi a sesto acuto, come i triangoli isosceli, possono avere uguale altezza e basi differenti. Inoltre, l'uso regolare dei costoloni facilitò enormemente la pratica costruttiva e consentì la realizzazione di crociere sempre più complesse, per esempio esapartite, cioè a sei vele, o addirittura

poligonali. Lo studio sulle potenzialità dei costoloni si spinse fino a moltiplicare e ramificare le nervature, giungendo a creare delle "reti" da cui gli architetti gotici seppero ricavare motivi formali di grande suggestione. Anche la costante presenza degli archi rampanti, già diffusi in età romanica, consentì di ridurre lo spessore di muri e pilastri, di svuotare lo spazio interno della chiesa e soprattutto di aprire delle grandi vetrate.



← Fig. 24.92

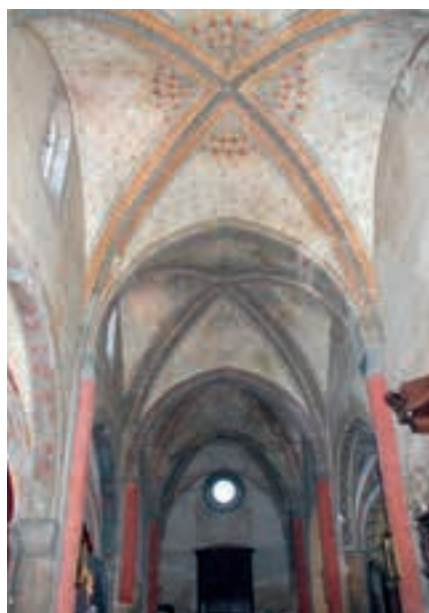
Volte a crociera nella Basilica di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri, a Roma (Terme di Diocleziano), dal 1561.

La Basilica di Santa Maria degli Angeli e dei Martiri, a Roma, è nata dalla sistemazione, nel 1562, del *frigidarium* delle Terme di Diocleziano, voluta da papa Pio IV che l'anno prima aveva affidato il progetto a Michelangelo. Il grande artista intervenne nel complesso termale cercando di non alterarne la struttura. Le grandi volte a crociera sono quelle originali delle antiche terme.

← Fig. 24.93

Volte a crociera nella Basilica di Sant'Ambrogio a Milano, XI-XII sec.

La Basilica di Sant'Ambrogio a Milano fu edificata fra l'XI e il XII secolo sulle fondamenta di un precedente edificio paleocristiano. Grazie alle sue robuste strutture e alle grandi volte a crociera costolonate è considerato uno dei più importanti edifici del Romanico lombardo.



← Fig. 24.95

Volte a crociera nella Chiesa di San Giovanni, Saluzzo (Cuneo), XIV sec.

← Fig. 24.96

Volte a crociera nella navata centrale della Cattedrale di Salisbury (Inghilterra), 1220-66.

↑ Fig. 24.94

Volta a crociera nella Cappella di San Gerolamo, affrescata da Benozzo Gozzoli, all'interno della Chiesa di San Francesco a Montefalco (Perugia), dal XIV sec.



→ Fig. 24.97

Volte a crociera rinascimentali nella Loggia del Palazzo della Ragione di Andrea Palladio a Vicenza, dal 1549.



← Fig. 24.98

Volta a crociera costolonata nel presbiterio della Cattedrale di Cefalù (Palermo), XII-XIII sec.

11 Strutture reticolari e cupole geodetiche

Una **struttura reticolare** è una struttura rigida e leggera, costruita attraverso l'incastro di aste in alluminio o acciaio tubolare, secondo opportuni schemi geometrici. Può essere bidimensionale oppure spaziale. Le strutture reticolari spaziali sono di solito utilizzate per coprire campate molto lunghe, ad esempio di edifici commerciali e industriali o di aree archeologiche, perché hanno la caratteristica che ogni loro asta viene sollecitata a compressione o a trazione: la

struttura nel suo insieme, invece, non è sollecitata a flessione, a differenza di quanto avviene con un normale architrave. La forma più semplice è ottenuta connettendo fra di loro piramidi a base quadrata. Risulta più resistente una struttura reticolare composta da tetraedri.

Le **cupole geodetiche** sono invece strutture emisferiche composte da reti di aste che si intersecano formando elementi triangolari o esagonali, tutti molto simili tra loro e giacenti



← Fig. 24.99
Richard Buckminster Fuller, Cupola geodetica della Biosfera, 1967. Montreal (Canada).



↓ Fig. 24.100
Dettagli costruttivi di una tenda permanente a cupola geodetica.

→ Fig. 24.101
Climatron, Giardini botanici del Missouri, 1960. St. Louis (Missouri).

Il Climatron è una serra racchiusa in una cupola geodetica che fa parte del giardino botanico di St. Louis. La cupola è stata la prima serra interamente climatizzata del mondo e la prima cupola geodetica di pannelli di plexiglass, poi sostituiti con vetri. Completata nel 1960, è stata progettata da T.C. Howard. L'ampia gamma climatica all'interno della cupola ricrea una foresta pluviale.

↓ Fig. 24.102
Climatron, interno della cupola geodetica. Particolare.



approssimativamente sulla superficie di una semisfera. Hanno la caratteristica di essere molto leggere e stabili e diventano sempre più resistenti all'aumentare delle loro dimensioni. Quando assumono la forma di sfere complete sono chiamate sfere geodetiche. L'adozione in architettura, nel 1954, delle

strutture a cupola geodetica si deve a Richard Buckminster Fuller, architetto statunitense. Le cupole geodetiche sono state utilizzate prevalentemente per installazioni militari e aerospaziali ma anche per usi industriali specialistici e per costruire osservatori meteorologici, auditorium, magazzini.



↑ **Fig. 24.103**
Eden Project, 1999-2001. Cornovaglia (Inghilterra).

L'Eden Project è un'enorme serra in Cornovaglia. All'interno delle biosfere artificiali vi sono piante raccolte in tutto il mondo. Le cupole sono costituite da centinaia di celle di plastica esagonali e pentagonali, gonfiate e sostenute da telai in acciaio. La prima cupola emula un ambiente tropicale, la seconda un ambiente mediterraneo.



→ **Fig. 24.104**
La cupola geodetica dello stadio di baseball Fukuoka Dome, alta 216 metri, 1993. Fukuoka (Giappone).



← **Fig. 24.105**
La cupola geodetica del Nagoya Dome, 187 metri. Nagoya (Giappone).

↓ **Fig. 24.106**
La cupola geodetica del Superior Dome, lo stadio dell'Università del Michigan settentrionale, alta 160 metri, 1991. Marquette (Michigan).



12 Tensostrutture e strutture a guscio

Una **tensostruttura** è una struttura realizzata con materiali mantenuti in posizione per tensione. Essa sfrutta soprattutto la capacità degli acciai di resistere alla trazione ad alta resistenza. Le **tensostrutture piane**, nella loro forma più elementare, sono costituite da un sistema semplice di cavi. Ai cavi principali portanti, sostenuti da grandi strutture verticali portanti (che lavorano a compressione) viene appeso, per mezzo di cavi secondari, un impalcato sufficientemente pesante da conferire rigidità all'intero sistema. Questa soluzione è stata spesso adottata per la costruzione di ponti sospesi.

↓ Fig. 24.107
Il Golden Gate Bridge, 1937. San Francisco.
(foto di Antonella Ivona; per gentile concessione)

Il Golden Gate Bridge è un ponte sospeso sul Golden Gate, ossia lo stretto che collega l'Oceano Pacifico con la Baia di San Francisco. È lungo complessivamente 2,71 chilometri mentre la distanza tra le torri, o campata principale, è di 1,282 chilometri. Fu terminato nel 1937. All'epoca era il ponte sospeso più lungo del mondo, primato che oggi è del ponte giapponese di Akashi-Kaikyo.



Le **tensostrutture a membrana** sono invece adottate per coprire grandi spazi o per realizzare costruzioni temporanee. Sono leggere, semplici ed economiche. Sono generalmente composte da cavi e tiranti che sorreggono grandi superfici in tela, dette appunto membrane, oppure pannelli in lamiera. Le membrane e i pannelli sono sollecitati solamente a trazione. I materiali più frequentemente utilizzati sono la fibra di vetro coperta di Teflon, per le travature, e il poliestere, per le tele, che spesso sono coperte con uno strato protettivo in PVC.

↓ Fig. 24.108
Il Tsing Ma Bridge, 1997. Hong Kong.

Il Tsing Ma Bridge è un ponte sospeso che collega l'isola e la penisola di Hong Kong. Ha una campata centrale di 1,377 chilometri e un'altezza dei piloni di 206 metri. È il settimo ponte sospeso più lungo del mondo; tuttavia è il primo per robustezza: sopporta infatti sia il traffico stradale (sei corsie) sia quello ferroviario (due binari).



← Fig. 24.109
Il ponte di Akashi-Kaikyo, 1998. Kobe (Giappone).

Il ponte di Akashi-Kaikyo, inaugurato il 5 aprile 1998, unisce la città di Kobe sull'isola di Honshu all'isola Awaji. È il ponte sospeso più lungo del mondo: alto 282,8 metri, è lungo 3911 metri, e la sua campata principale è lunga ben 1991 metri.

Fu nel secondo dopoguerra che le tensostrutture a membrana cominciarono a diffondersi. Nel 1958, a Melbourne, in Australia, il Sidney Myer Bowl venne coperto con una struttura di questo tipo. L'architetto tedesco Frei Otto, un visionario pioniere delle tensostrutture, premiato con il Pritzker nel 2015, utilizzò analoghe soluzioni strutturali per la costruzione del Padiglione Tedesco all'Expo 1967 e per lo Stadio Olimpico di Monaco, in occasione delle Olimpiadi del 1972. Tra le più recenti tensostrutture ricordiamo The O2 a Londra,

precedentemente noto come Millennium Dome, un grande salone espositivo a forma di cupola costruito dal 1997 al 1999.

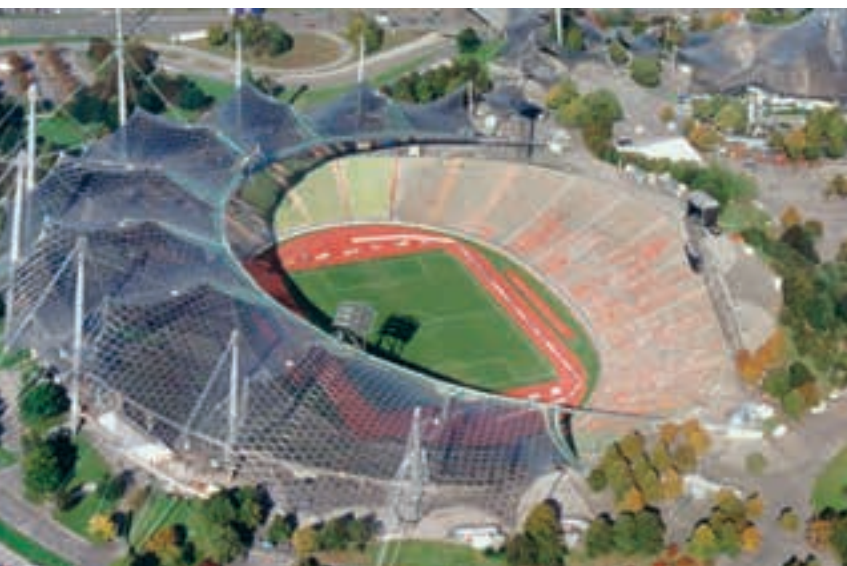
Le **strutture a guscio** sono strutture spaziali concettualmente opposte alle membrane, nel senso che resistono a sole azioni di compressione. Immaginiamo di applicare un carico uniforme su di una membrana tesa: questa assumerà una curvatura e si disporrà secondo una certa configurazione, definita "funicolare del carico". Se poi immaginiamo di ruotare la membrana, invertendone la curvatura, otteniamo una

↓ ↘ **Figg. 24.110-111**

Günter Behnisch, Frei Otto, Olympiastadion München, 1968-71. Monaco. Veduta dall'alto e particolare della copertura.

L'Olympiastadion München è lo stadio olimpico di Monaco di Baviera, in Germania. Fu progettato dagli architetti tedeschi Frei Otto e Günter Behnisch, assieme a Jörg Schlaich e Günther Grzimek. Destinato ad accogliere 80.000 spettatori, fu costruito tra il 1968 e il 1971 e inaugurato nel 1972. L'impianto dello stadio presentava soluzioni tecniche innovative per l'epoca, soprattutto

per la sua copertura, progettata da Otto: una tensostruttura sospesa rivestita da una membrana di 60.000 metri quadrati, a curve iperboliche, composta da pannelli in polimetilmetacrilato (PMMA). La forma avveniristica di questa struttura voleva contrapporsi a quella classicistica dello Stadio olimpico di Berlino, progettato da Albert Speer, architetto di Hitler, per le Olimpiadi del 1936. L'Olympiastadion ha ospitato le finali del Campionato mondiale di calcio FIFA del 1974 e del Campionato europeo di calcio UEFA del 1988, oltre che concerti-evento (fra gli altri i Rolling Stones, i Pink Floyd, i Red Hot Chili Peppers, gli U2 e Michael Jackson).



← **Fig. 24.112**
Richard Rogers, The O2 Arena (ex Millennium Dome), 1997-99. Londra.

The O2 Arena è un salone espositivo a forma di cupola. Si trova a Londra, presso la linea del Meridiano di Greenwich. Fu costruito tra il 1997 e il 1999 su progetto dell'architetto Richard Rogers per festeggiare l'inizio del terzo millennio e per questo venne chiamato Millennium Dome. Nel 2005 è stato acquistato dalla compagnia telefonica O2 plc, oggi Telefonica O2. Ospita eventi musicali e sportivi. La cupola si estende per centomila metri quadrati, ha una circonferenza di circa un chilometro ed è alta 50 metri, ed è sostenuta da dodici pali di acciaio alti 100 metri.

nuova conformazione, detta “antifunicolare”, che costituisce la forma dei gusci. I gusci sono realizzabili grazie all’uso del cemento armato.

L'avveniristico TWA Terminal dell'aeroporto JFK di New York ne è un esempio molto affascinante. Una delle forme più suggestive è quella del **paraboloide iperbolico** (volta

a sezione verticale parabolica ma con andamento longitudinale ad iperbole), a doppia curvatura e dall'aspetto estremamente dinamico. Nella Città delle Arti e della Scienza di Valencia, la copertura dell'Oceanogràfic, progettata da Santiago Calatrava nel 2002, è composta da paraboloidi iperbolici in calcestruzzo.



↑ **Fig. 24.113**
Eero Saarinen, Terminal TWA dell'aeroporto JFK di New York, 1955-62.
Visione frontale.

Il Terminal TWA dell'aeroporto JFK di New York fu progettato da Eero Saarinen nel 1955 e ultimato nel 1962, dopo la sua morte. È considerato uno dei capolavori architettonici del secondo XX secolo, grazie alla suggestiva struttura

a guscio curvilinea in cemento armato e alle ampie superfici vetrate inclinate, che gli conferiscono l'aspetto di un uccello in volo con le ali aperte. Questo terminal è in disuso dal 2001, poiché non più idoneo ad ospitare il cresciuto volume di traffico aeroportuale. È stato riconvertito nel TWA Hotel, destinato ai passeggeri dell'aeroporto. Due ali curvilinee posteriori, costruite ex novo, ospitano 512 camere, mentre l'edificio di Saarinen, debitamente restaurato e ristrutturato, accoglie negozi, ristoranti e bar.



← **Fig. 24.114**
Santiago Calatrava, Oceanogràfic, 2002. Città delle arti e delle scienze. Valencia. Esterno.

La Città delle Arti e della Scienza di Valencia, in Spagna, progettata e costruita fra il 1996 e il 2005 su progetto di Santiago Calatrava, è un complesso architettonico che accoglie cinque costruzioni: il Museo delle Scienze, l'Umbracle, l'Hemisfèric, l'Oceanogràfic e il Palazzo delle Arti. L'Oceanogràfic, uno dei più grandi parchi oceanografici d'Europa, è strutturato in undici torri sottomarine collegate fra loro.